

**التمرين الخامس عشر :** لتكن المتتالية الهندسية  $(u_n)$  ذات الأساس  $q$  :

1.  $u_1 = 3$  و  $q = -2$  أحسب  $u_4$  ؛  $u_8$  و  $u_{12}$

2.  $u_3 = 2$  و  $u_7 = 18$  أحسب  $u_0$  ؛  $u_{15}$  و  $u_{20}$

**التمرين السادس عشر :**  $(u_n)$  متتالية هندسية معرفة بحدها الأول  $u_0$  و الأساس  $q$

1. أحسب  $q$  علما أن  $u_0 = 2$  و  $u_3 = 128$

2. أحسب  $q$  و  $u_0$  علما أن  $u_2 = 4$  و  $u_6 = 64$

3. أحسب  $n$  علما أن  $u_0 = q = 2$  و  $u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1} = 62$

**التمرين السابع عشر :**

1. بين أن الأعداد الحقيقية  $A$  ،  $B$  و  $C$  هي ثلاثة حدود متتابعة لمتتالية حسابية حيث :

$$A = \frac{2a^2 - a + 1}{2a^2 - a} ، B = \frac{2a}{2a - 1} و C = \frac{a + 1}{a}$$

2. عين في كل من الحالتين التاليتين ثلاثة حدود متتابعة لمتتالية هندسية حيث :

•  $abc = 1728$  و  $a + b + c = 63$

•  $c - a = 192$  و  $a + b + c = 312$

3. بين أنه إذا كان  $a$  ،  $b$  و  $c$  ثلاثة حدود متتابعة لمتتالية هندسية فإن :

$$(a + b + c)(a - b + c) = a^2 + b^2 + c^2$$

**التمرين الثامن عشر :** لتكن  $(v_n)$  متتالية هندسية متزايدة و حدودها سالبة تماما :

1. برر أن  $q$  أساس المتتالية يحقق  $0 < q < 1$  .

2. افرض أن  $v_1 v_3 = \frac{4}{9}$  و  $v_1 + v_2 + v_3 = -\frac{19}{9}$  أحسب  $v_1$  ؛  $v_2$  ؛  $v_3$  و  $q$

**التمرين التاسع عشر :** أحسب كل من المجموعين التاليين  $S$  و  $S'$  حيث :

$$S = 2 + 6 + 18 + \dots + 118098 ؛ S' = 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots + \frac{2}{59049}$$

**التمرين العشرون :** نعتبر المتتالية الهندسية  $(u_n)$  المعرفة بـ :

$$u_1 = 1 و u_{n+1} = 2 u_n من أجل أي عدد طبيعي  $n \geq 1$$$

1. أحسب  $u_2$  ؛  $u_3$  و  $u_4$  .

2. عبر عن  $u_n$  بدلالة  $n$  من أجل  $n \geq 1$  . أحسب قيمة مقربة لـ  $u_{64}$

3. طلب الملك من مخترع لعبة الشطرنج و يدعى سيتا أن يختار بنفسه إجازته فرد عليه قائلا : " جائزتي هي أن تعطيني حبة قمح في المربع الأول للشطرنج ؛ ثم حبتي قمح في المربع الثاني ؛ ثم أربع حبات قمح في المربع الثالث و هكذا حتى المربع 64 " فضحك الملك من تواضع الطلب .  
أحسب بالتقريب عدد حبات القمح التي يأخذها سيتا .

**التمرين الواحد والعشرون :** نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $u_0 = 6$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{3} u_n + 2$

نضع :  $v_n = u_n - 3$  . 1. بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية مع تعيين أساسها و حدها الأول

2. عبر عن  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$  و إستنتج أن  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$  و  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

3. من أجل كل عدد  $n \in \mathbb{N}$  نضع  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  . أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

**التمرين الثاني والعشرون :** نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $u_0 = 1$  و  $2u_{n+1} - 5u_n = 3$

1. أحسب  $u_1$  ،  $u_2$  ،  $u_3$  .
2. لتكن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة بحدها العام كما يلي :  $v_n = u_n + 1$  . بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول  $v_0$  .
3. أحسب الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  ، ثم إستنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  .
4. أحسب  $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  و  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  ثم الجداء  $p = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$  بدلالة  $n$

**التمرين الثالث والعشرون :** نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $u_0 = 0$  ؛  $u_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{u_n^2 + 12}$

1. أحسب الحدود الخمسة الأولى لهذه المتتالية و ما تخمينك بالنسبة لنهايتها
2. بين أن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة بـ :  $v_n = u_n^2 - 4$  هندسية .
3. أحسب نهاية  $(v_n)$  ثم  $(u_n)$

**التمرين الرابع والعشرون :** نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $u_0 = \frac{1}{4}$  و  $u_{n+1} = \frac{2 + 3u_n}{4 + u_n}$

1. أحسب  $u_1$  ،  $u_2$  ،  $u_3$  . هل المتتالية حسابية أم هندسية ؟
2. بين أنه إذا كان  $u_{n+1} = 1$  فإن  $u_n = 1$  . و إستنتج أنه من أجل أي عدد طبيعي  $n$  ؛  $u_n \neq 1$  .
3. لتكن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة بـ :  $v_n = \frac{2 + u_n}{1 - u_n}$  . أحسب  $v_0$  ،  $v_1$  ،  $v_2$  ،  $v_3$  .
4. بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
5. عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  ، ثم إستنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  .
6. هل  $(u_n)$  تقبل نهاية ؟ إذا كان نعم ، فما هي ؟

**التمرين الخامس والعشرون :** نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بـ :  $u_0 = 3$  ؛  $u_{n+1} = \frac{2}{1 + u_n}$

1. أحسب الحدود الخمسة الأولى . ماذا تستنتج بالنسبة لرتابة المتتالية .
2. لتكن الدالة  $f$  حيث  $u_{n+1} = f(u_n)$ 
  - حل في  $\mathbb{R} - \{-1\}$  المعادلة  $f(x) = x$  .
  - أدرس إتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R} - \{-1\}$
  - أرسم التمثيل البياني للدالة  $f$  و إستنتج رسم التمثيل البياني للمتتالية  $(u_n)$  على المجال  $[0, 4]$  في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس .
  - ماذا تستنتج بالنسبة لنهاية المتتالية  $(u_n)$  .

3. نضع  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$

- برهن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب أساسها وحدها الأول ثم أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$
- إستنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$
- أحسب نهاية المتتالية  $(u_n)$  عندما يؤول  $n$  إلى  $+\infty$