

## صحيح الاختبار الثاني- 2 رياضيات + تقني رياضي

التمرين الاول:

لدينا :  $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$  معرفة على  $]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$   $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$

(1) تعيين العددين الحقيقيين  $a, b$  بحيث يكون من أجل  $x \in \mathbb{R} - \{2\}$  ،  $f(x) = a + \frac{b}{x-2}$

لدينا :  $f(x) = a + \frac{b}{x-2} = \frac{a(x-2)+b}{x-2} = \frac{ax-2a+b}{x-2}$

بالمطابقة نجد :  $\begin{cases} a=1 \\ b-2a=4 \end{cases}$  ومنه  $\begin{cases} a=1 \\ b=4+2a=4+2=6 \end{cases}$  أي  $\begin{cases} a=1 \\ b=6 \end{cases}$

(2) حساب النهايات عند حدود مجموعة التعريف :

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x+4}{x-2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x}{x} \right) = 1$

لان  $\begin{cases} \lim_{x \xrightarrow{<} 2} (x+4) = 6 \\ \lim_{x \xrightarrow{<} 2} (x-2) = 0^- \end{cases}$

$\lim_{x \xrightarrow{<} 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x+4}{x-2} \right) = -\infty$

لان  $\begin{cases} \lim_{x \xrightarrow{>} 2} (x+4) = 6 \\ \lim_{x \xrightarrow{>} 2} (x-2) = 0^+ \end{cases}$

$\lim_{x \xrightarrow{>} 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x+4}{x-2} \right) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+4}{x-2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x}{x} \right) = 1$

(3) حساب  $f'(x)$  :

$f'(x) = \frac{1 \times (x-2) - 1 \times (x+4)}{(x-2)^2} = \frac{x-2-x-4}{(x-2)^2} = \frac{-6}{(x-2)^2}$   $f'(x) = \frac{-6}{(x-2)^2}$

- دراسة إشارة  $f'(x)$  :

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	-		-

- جدول تغيرات الدالة  $f$

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	$1$		$+\infty$
	$\swarrow$		$\searrow$
		$-\infty$	$1$

(4) أ) تعيين المستقيمات المقاربة للمنحني  $(C_f)$ :

المنحني  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما  $x=2$  مستقيم مقارب عمودي و  $y=1$  مستقيم مقارب أفقي .

ب) دراسة الوضعية النسبية للمنحني  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم ذي المعادلة  $y=1$ :

- ندرس إشارة الفرق  $f(x) - y$

$$f(x) - y = 1 + \frac{6}{x-2} - 1 = \frac{6}{x-2}$$

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$f(x) - y$	-		+
الوضعية النسبية	يقع تحت المستقيم ذي المعادلة $y=1$		يقع فوق المستقيم ذي المعادلة $y=1$

ج) تعيين نقط تقاطع المنحني  $(C_f)$  مع حامل محوري الاحداثيات :

▪ تقاطع المنحني  $(C_f)$  مع  $(x'x)$  :

$$\text{أي } x = -4 \quad \begin{cases} x + 4 = 0 \\ x - 2 \neq 0 \end{cases} \text{معناه } f(x) = 0$$

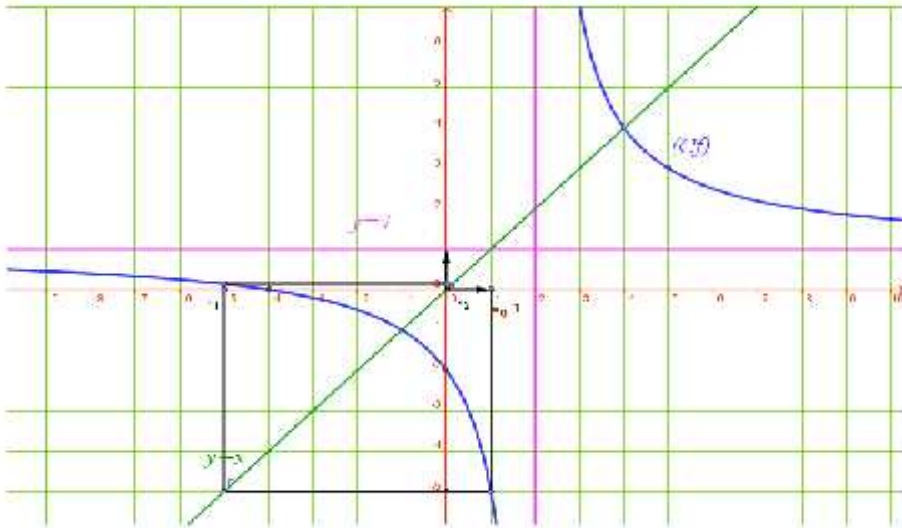
$$\text{ومنه } (C_f) \cap (x'x) = \{(-4; 0)\}$$

▪ تقاطع  $(C_f)$  مع  $(y'y)$  :

$$(C_f) \cap (y'y) = \{(0; -2)\} \text{ومنه } y = f(0) = \frac{4}{-2} = -2 \text{ معناه } x = 0$$

د) حساب  $f(5), f(4)$ :

$$f(5) = \frac{5+4}{5-2} = \frac{9}{3} = 3, \quad f(4) = \frac{4+4}{4-2} = 4$$



الرسم :

.....

لدينا :  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = \frac{u_n + 4}{u_n - 2}$

(1) رسم الحدود .

(2) لدينا :  $v_n = \frac{u_n + 1}{u_n - 4}$

(أ) اثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $v_{n+1} = -\frac{2}{3}v_n$

- لدينا :  $v_{n+1} = \frac{u_{n+1} + 1}{u_{n+1} - 4} = \frac{\frac{u_n + 4}{u_n - 2} + 1}{\frac{u_n + 4}{u_n - 2} - 4}$  ومنه

$v_{n+1} = \frac{u_n + 4 + u_n - 2}{u_n - 2} \times \frac{u_n - 2}{u_n + 4 - 4u_n + 8} = \frac{2u_n + 2}{-3u_n + 12} = -\frac{2}{3} \left( \frac{u_n + 1}{u_n - 4} \right)$

أي  $v_{n+1} = -\frac{2}{3}v_n$  ومنه  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = -\frac{2}{3}$  و حدها الأول

$$v_0 = \frac{u_0 + 1}{u_0 - 4} = \frac{1 + 1}{1 - 4} = -\frac{2}{3} \quad v_0 = -\frac{2}{3}$$

(ب) حساب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  :

$$v_n = v_0 \times q^n = -\frac{2}{3} \left( -\frac{2}{3} \right)^n = \left( -\frac{2}{3} \right)^{n+1} \quad v_n = \left( -\frac{2}{3} \right)^{n+1}$$

(ج) اثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n = \frac{4v_n + 1}{v_n - 1}$

- لدينا :  $v_n = \frac{u_n + 1}{u_n - 4}$  ومنه  $v_n(u_n - 4) = u_n + 1$  أي  $v_n \times u_n - 4v_n = u_n + 1$

وبالتالي  $u_n(v_n - 1) = 4v_n + 1$  ومنه  $v_n \times u_n - u_n = 4v_n + 1$

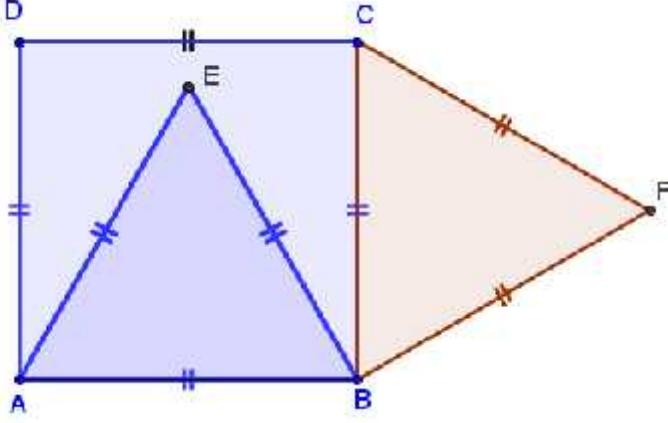
$$\text{إذن : } u_n = \frac{4v_n + 1}{v_n - 1}$$

(د) استنتاج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  :

$$u_n = \frac{4v_n + 1}{v_n - 1} = \frac{4 \left( -\frac{2}{3} \right)^{n+1} + 1}{\left( -\frac{2}{3} \right)^{n+1} - 4}$$

## التمرين الثاني :

تعيين أقياس الزوايا الموجهة :



$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{f}{2} + 2kf \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$(\overrightarrow{BF}, \overrightarrow{FC}) = \frac{2f}{3} + 2kf \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CB}) = f + 2kf \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{CB}) = -\frac{f}{6} + 2kf \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CF}) = -\frac{f}{6} + 2kf \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EA}) = \frac{5f}{12} + 2kf \quad (k \in \mathbb{Z})$$

😊 انتهى تصحيح الاختبار الثاني ❁ بالتوفيق