

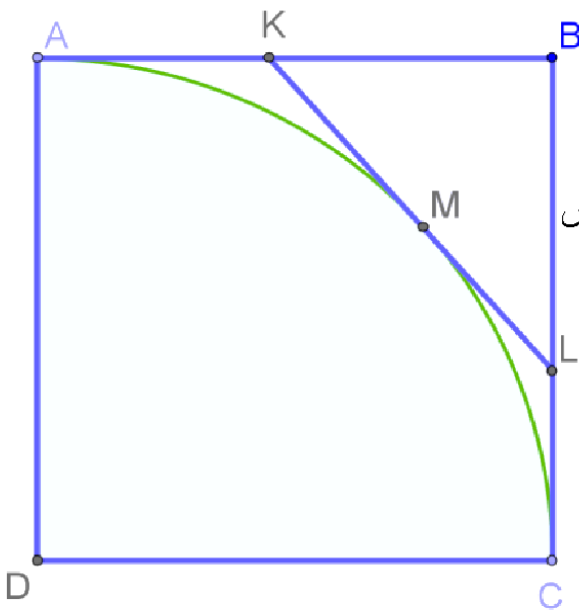
الكفاءات المستهدفة :

- ◀ تعيين اتجاه تغير دالة.
- ◀ استعمال المشتق لتعيين القيم الحدية.
- ◀ حل مسائل تستخدم فيها دوال ناطقة و دوال صماء.

الكفاءات القبلية :

- العدد المشتق لدالة .
- المشتقة الاولى لدالة .
- تعيين اتجاه تغير دالة باستعمال اشارة المشتقة .
- نظرية فيثاغورس .
- المتطابقات الشهيرة .

مسائل الاستمثال : (أعمال موجهة الصفحة 99)



لدينا : $AB = 2$
ولدينا :

$$LB = y, KB = x$$

(1) اثبات أن $KL^2 = x^2 + y^2$:

- المثلث KLB قائم في النقطة B حسب مبرهنة فيثاغورس
لدينا :

$$KL^2 = KB^2 + LB^2 = x^2 + y^2$$

$$أي : $KL^2 = x^2 + y^2$$$

(2) اثبات أن $KL = 4 - x - y$:

$$KL = ML + MK$$

$$ولدينا : $ML = LC = 2 - y$$$

$$و $MK = AK = 2 - x$$$

(لأن المثلثين DML, DCL قائمان و متقايسان و كذلك المثلثين DMK, DAK قائمان و متقايسان)

$$أي أن : $KL = 2 - y + 2 - x = 4 - x - y$ إذن $KL = 4 - x - y$$$

$$◀ اثبات أن $KL^2 = x^2 + y^2 - 8x - 8y + 2xy + 16$:$$

$$- لدينا : $KL = 4 - x - y$ ومنه $KL^2 = (4 - x - y)^2 = (4 - (x + y))^2$$$

$$- أي $KL^2 = (4 - (x + y))^2 = 16 - 8(x + y) + (x + y)^2$$$

$$- وبالتالي : $KL^2 = x^2 + y^2 - 8x - 8y + 2xy + 16$$$

$$(3) \text{ استنتاج أن } y = \frac{4x - 8}{x - 4}$$

- لدينا : $x^2 + y^2 = x^2 + y^2 - 8x - 8y + 2xy + 16$ ومنه :
 $-8x - 8y + 2xy + 16 = 0$

$$y = \frac{4x - 8}{x - 4}$$

- أي $2y(x - 4) = 2(4x - 8)$ ومنه :

- استنتاج أن $KL = \frac{-x^2 + 4x - 8}{x - 4}$

لدينا : $KL = 4 - x - y$ ومنه :

$$KL = 4 - x - \frac{4x - 8}{x - 4} = \frac{4x - 16 - x^2 + 4x - 4x + 8}{x - 4} = \frac{-x^2 + 4x - 8}{x - 4}$$

$$KL = \frac{-x^2 + 4x - 8}{x - 4} \text{ أي}$$

(4) لدينا : $f(x) = \frac{-x^2 + 4x - 8}{x - 4}$ معرفة على المجال $[0; 2]$

- دراسة تغيرات الدالة f على المجال $[0; 2]$:
- حساب المشتقة :

$$f'(x) = \frac{(-2x + 4)(x - 4) - (-x^2 + 4x - 8)}{(x - 4)^2} = \frac{-2x^2 + 8x + 4x - 16 + x^2 - 4x + 8}{(x - 4)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-x^2 + 8x - 8}{(x - 4)^2} \text{ أي}$$

- دراسة إشارة المشتقة :

$$f'(x) = 0 \text{ معناه } \frac{-x^2 + 8x - 8}{(x - 4)^2} = 0$$

ومنه : $-x^2 + 8x - 8 = 0$ و $x \neq 4$

- حساب المميز : $\Delta = 64 - 32 = 32$

- المعادلة تقبل حلين متمايزين هما :

$$x_2 = \frac{-8 + 4\sqrt{2}}{-2} = 4 - 2\sqrt{2} , \quad x_1 = \frac{-8 - 4\sqrt{2}}{-2} = 4 + 2\sqrt{2}$$

جدول إشارة المشتقة على المجال $[0; 2]$:

x	0	$4 - 2\sqrt{2}$	2
$-x^2 + 8x - 8$		0	+
$f'(x)$		+	-

- جدول تغيرات الدالة f على المجال $[0; 2]$:

x	0	$4 - 2\sqrt{2}$	2
$f'(x)$		-	+
$f(x)$	2	1.66	2

$$f(4 - 2\sqrt{2}) = 1.66$$

- القيمة الصغرى للمسافة $KL = 1.66$ من أجل $x = 4 - 2\sqrt{2}$