سلاسل دروس الدعم للسنة الثانية ثانوي

السنة الدراسية: 2015–2016 سلسلة رقم من اعداد الاستاذة : شنيقر ،

النهايات و دراسة الدوال العددية

* ملخص الدرس مع تمارين تطبيقية:

1. بعض نهايات الدوال المرجعية:

* $\lim_{x\to+\infty} x=+\infty$ * $\lim_{x\to-\infty} x=-\infty$ * $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x}=+\infty$

* $\lim_{x\to+\infty} x^2=+\infty$ * $\lim_{x\to-\infty} x^2=+\infty$ * $\lim_{x\to+\infty} x^3=+\infty$ * $\lim_{x\to-\infty} x^3=-\infty$

* $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x}=0$ * $\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x}=0$ * $\lim_{x\xrightarrow{>}0} \frac{1}{x}=+\infty$ * $\lim_{x\xrightarrow{<}0} \frac{1}{x}=-\infty$

2. نهاية غير منتهية عند عدد حقيقي:

مبرهنة: نقبل دون برهان النتائج التالية: $\lim_{x\to a}\frac{1}{(x-a)^2}=+\infty$ ، $\lim_{\substack{x\to a\\ x<a}}\frac{1}{x-a}=-\infty$ ، $\lim_{\substack{x\to a\\ x>a}}\frac{1}{x-a}=+\infty$

تمرين تطبيقي1 : اوجد النهايات التالية

$\lim_{\substack{x\to 3\\ x<3}}\frac{1}{x-3}$ ؛ $\lim_{\substack{x\to 2\\ x<2}}\frac{1}{x-2}$ ؛ $\lim_{x\to 1}\frac{1}{(x-1)^2}$

3. المستقيم المقارب الموازي لمحور التراتيب:

تعريف: ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم وليكن a عدد حقيقي.

إذا كانت النهاية (أو النهاية من اليمين أو من اليسار) للدالة f عند العدد a هي $+\infty$ أو $-\infty$ نقول أن المستقيم الموازي لمحور التراتيب ذو المعادلة $x=a$ مستقيم مقارب للمنحني (C_f).

تمرين تطبيقي 2 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $[-4;-3[\cup]-3;-2]$ بـ: $f(x)=-2+\frac{1}{(x+3)^2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم.

1) أدرس نهاية الدالة f عند (-1). ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني (C_f) ؟

2) بعد حساب $f'(x)$ ودراسة إشارتها شكل جدول تغيرات الدالة f ثم ارسم المنحني (C_f) في المجال $[-4;-3[\cup]-3;-2]$

4. نهاية منتهية عند مالا نهاية :

مبرهنة: نقبل دون برهان النتائج التالية: $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x+a}=0$ ، $\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x+a}=0$ حيث a عدد حقيقي.

تمرين تطبيقي3: اوجد النهايات الآتية: $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x+1}$ ؛ $\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x-3}$

5. المستقيم المقارب الموازي لمحور الفواصل:

تعريف: ليكن (C_f) التمثيل البياني لدالة f في معلم وليكن b عدد حقيقي.

القول أن المستقيم الموازي لمحور الفواصل ذو المعادلة $y=b$ مستقيم مقارب للمنحني (C_f) عند $+\infty$ (على الترتيب عند $-\infty$) يعني أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=b$ (على الترتيب $\lim_{x\to-\infty} f(x)=b$)

تمرين تطبيقي4:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ: $f(x)=-2+\frac{1}{x^2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم.

1) أدرس نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها. ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني (C_f) ؟

2) بعد حساب $f'(x)$ ودراسة إشارتها شكل جدول تغيرات الدالة f ثم ارسم المنحني (C_f).

طريقة: للبرهان على أن المستقيم الموازي لمحور الفواصل ذو المعادلة $y=b$ مستقيم مقارب للمنحني $\left(C_f\right)$ عند $+\infty$ (على الترتيب عند $-\infty$) نبرهن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-b\right)=0$ (على الترتيب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-b\right)=0$)

تمرين تطبيقي 5 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$ وليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم.

بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=2$ مستقيم مقارب للمنحني $\left(C_f\right)$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$

6. مفهوم النهاية :

* **بعض التعاريف:**

تعريف1: القول أن نهاية الدالة f عند x_0 هي l يعني أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما e ، يوجد على الأقل عدد حقيقي موجب تماما α بحيث: إذا كان $0<\left|x-x_0\right|<\alpha$ يكون $0\le\left|f(x)-l\right|<e$

ونكتب: $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=l$

تمرين تطبيقي:6

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1$

باستعمال التعريف أثبت أن: $\lim\limits_{x\to1} f(x)=3$

تعريف2: القول أن نهاية الدالة f عند $+\infty$ هي l يعني أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما e ، يوجد على الأقل عدد حقيقي موجب تماما B بحيث: إذا كان $x>B$ يكون $0\le\left|f(x)-l\right|<e$

ونكتب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=l$

تمرين تطبيقي7 :

لتكن g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{1}{x}$

باستعمال التعريف أثبت أن: $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} g(x)=+\infty$

تعريف3: القول أن نهاية الدالة f عند $+\infty$ هي $+\infty$ يعني أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما A ، يوجد على الأقل عدد حقيقي موجب تماما B بحيث: إذا كان $x>B$ يكون $f(x)>A$

ونكتب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

تمرين تطبيقي:8

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=4x-2$

باستعمال التعريف أثبت أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$

تعريف4: القول أن نهاية الدالة f عند $-\infty$ هي $+\infty$ يعني أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما A ، يوجد على الأقل عدد حقيقي موجب تماما B بحيث: إذا كان $x<-B$ يكون $f(x)>A$

ونكتب: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

تمرين تطبيقي:9

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-\dfrac{1}{3}x-5$

باستعمال التعريف أثبت أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

تعريف5: القول أن نهاية الدالة f عند x_0 بقيم أكبر هي $+\infty$ يعني أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما A ، يوجد على الأقل عدد حقيقي موجب تماما α بحيث: إذا كان $0<x-x_0<\alpha$ يكون $f(x)>A$

ونكتب: $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\x>x_0}} f(x)=+\infty$

تمرين تطبيقي:10

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{5\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{3}{x-5}$

باستعمال التعريف أثبت أن: $\lim\limits_{\substack{x\to5\\x>5}} f(x)=+\infty$

تعريف6: القول أن نهاية الدالة f عند x_0 بقيم أصغرهي $+\infty$ يعني أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما A ، يوجد على الأقل عدد حقيقي موجب تماما α بحيث: إذا كان $0 < x_0 - x < \alpha$ يكون $f(x) > A$

ونكتب: $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ x<x_0}} f(x) = +\infty$

تمرين تطبيقي 11:

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بـ: $f(x) = \frac{4}{3-x}$

باستعمال التعريف أثبت أن: $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ x<3}} f(x) = +\infty$

ملاحظة: يمكنك الحصول على بقية التعاريف بإتباع نفس المبدأ السابق .

7. **العمليات على النهايات**

f و g دالتان. a يمثل عدد حقيقي أو $+\infty$ أو $-\infty$. نقبل دون برهان المبرهنات التالية:

- **نهاية مجموع دالتين:**

$\lim\limits_{x\to a} f(x)$	$l\in\mathbb{R}$	$l\in\mathbb{R}$	$l\in\mathbb{R}$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{x\to a} g(x)$	$l'\in\mathbb{R}$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{x\to a}(f(x)+g(x))$	$l+l'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ح ع ت	$-\infty$

- **نهاية جداء دالتين:**

$\lim\limits_{x\to a} f(x)$	$l\in\mathbb{R}$	$l>0$	$l>0$	$l<0$	$l<0$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0	0
$\lim\limits_{x\to a} g(x)$	$l'\in\mathbb{R}$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{x\to a}(f(x)\times g(x))$	$l\times l'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ح ع ت	ح ع ت

- **نهاية حاصل قسمة دالتين:**

$\lim\limits_{x\to a} f(x)$	$l\in\mathbb{R}$	l	l	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	0	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{x\to a} g(x)$	$l'\in\mathbb{R}^*$	$+\infty$	$-\infty$	$l'>0$	$l'<0$	$l'>0$	$l'<0$	0	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{x\to a}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)$	$\frac{l}{l'}$	0	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ح ع ت	ح ع ت	ح ع ت	ح ع ت	ح ع ت

ملاحظة: تسمى الحالات التي لا تسمح فيها النظريات السابقة من استنتاج النهاية بحالات "عدم التعيين" (ح ع ت)

تمرين تطبيقي 12 : في كل حالة من الحالات ادرس نهاية الدالة f .

$f(x) = -3x^4 + 2x + 4$ عند $-\infty$، عند $+\infty$ ، $f(x) = 3 - \frac{1}{(x+1)^2}$ عند $-\infty$ ، عند $+\infty$، عند **-1**

$f(x) = \frac{2x^2+5}{x-2}$ عند $-\infty$، عند $+\infty$ ، عند **2** ، $f(x) = x^2 + x - \frac{1}{x-3}$ عند $-\infty$، عند $+\infty$، عند **3**

$f(x) = 2x + \frac{1}{x+1} - \frac{2}{3-x}$ عند $-\infty$ ، عند $+\infty$ ، عند **-1** ، عند**3**

8. **المستقيمات المقاربة المائلة:**

تعريف: ليكن (C_f) التمثيل البياني لدالة f في معلم وليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة: $y = ax + b$

القول أن المستقيم (Δ) مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ (على الترتيب عند $-\infty$) يعني أن:

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$ (على الترتيب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$)

طريقة: لإثبات أن المستقيم $(\Delta): y = ax+b$ مستقيم مقارب للمنحني (C_f) عند $+\infty$ (على الترتيب عند $-\infty$)

يكفي أن نثبت أن $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$ (على الترتيب $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$)

تمرين تطبيقي11:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=3x-1+\dfrac{5}{x-1}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم. وليكن في نفس المعلم المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=3x-1$

بين أن المستقيم (Δ) مستقيم مقارب للمنحني (C_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$

تمرين تطبيقي 13:

نعتبر الدالة g المعرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{2x^2-3x+3}{x-1}$ وليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم

1. عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل x يختلف عن 1 : $g(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$
2. استنتج أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته. أدرس وضعية (C_g) بالنسبة إلى (Δ).

9. نهاية دالة كثير حدود أو دالة ناطقة عند $+\infty$ أو $-\infty$

قواعد إجرائية
- النهاية عند $+\infty$ و عند $-\infty$ لدالة كثير حدود هي نهاية حدها الأعلى درجة عند $+\infty$ ($-\infty$).
- النهاية عند $+\infty$ و عند $-\infty$ لدالة ناطقة هي نهاية حاصل قسمة الحدين الأعلى درجة عند $+\infty$ ($-\infty$).

*تمارين ومسائل :

تمرين رقم 1: أحسب النهايات على أطراف مجال التعريف لكل من الدوال التالية:

$1/\ f(x)=-x^3+3x+4$ 　 $2/\ f(x)=x^4-4x^2+6x+1$

$3/\ f(x)=\dfrac{2x+1}{x^2+x+3}$ 　 $4/\ f(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{3-x}$

$5/\ f(x)=\dfrac{x^3-1}{x^2-3x+2}$

تمرين رقم 2 :

لتكن f دالة معرفة ب : $f(x)=\dfrac{3x+1}{x-1}$

1. اوجد مجموعة تعريف الدالة f.
2. احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.
3. استنتج المستقيمات المقاربة لمنحنى الدالة f.

تمرين رقم 3 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;+\infty[$ بـ $f(x)=x^3+3x^2-4$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

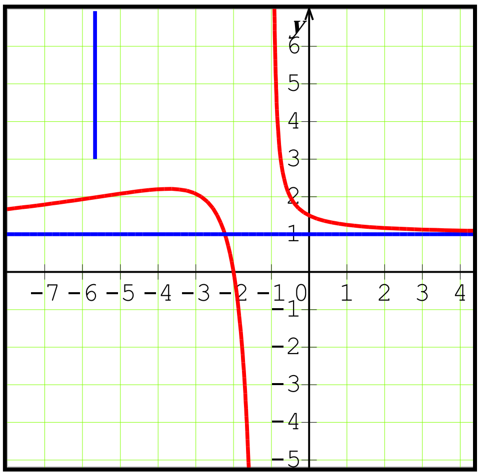
* بعد دراسة تغيرات الدالة f شكل جدول تغيراتها.
* تحقق انه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x)=(x+2)^2(x-1)$. عين فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع محور الفواصل ثم ارسمه.
* بين أن المنحني (C_f) يقبل مركز تناظر يطلب تعيينه.

تمرين رقم 4:

نعتبر الدالة f المعرفة بـ $f(x)=\dfrac{x-3}{2x+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

* بعد دراسة تغيرات الدالة f شكل جدول تغيراتها.
* عين معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f).

* عين نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات. أرسم المستقيمات المقاربة و المنحني (C_f).
* بين أن نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين مركز تناظر للمنحني (C_f).



تمرين رقم5 :

اليك الدالة f الممثلة بالمنحنى البياني المقابل :

1 . شكل جدول تغيرات الدالة f.

2 . عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)

تمرين رقم6:

f دالة عددية معرفة على $\Re-\{1\}$ بالعبارة : $f(x)=\dfrac{2x^2-3x+3}{x-1}$

أ/ بين أنه من أجل كل x من D_f فإنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=2x-1+\dfrac{2}{x-1}$

ب/أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=2x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (c_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$

ج/ أدرس تغيرات الدالة f ثم أرسم المستقيمات المقاربة و (C)

د/ دون دراسة إستنتج رسم المنحني (c_h) للدالة h المعرفة بـ $h(x)=|f(x)|$.

تمرين رقم7:

f دالة معرفة على R كمايلي: $f(x)=-x^3+6x^2-9x+4$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد $(O.\vec{I}.\vec{J})$ حيث: $\|\vec{i}\|=2\|\vec{J}\|$

1 / أوجد $f'(x)$ ثم حل المعادلة $f'(x)=0$

2/ أنجز جدول تغيرات f و استنتج أن f تقبل قيمتين حديتين محليتين

3/ برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 على المجال $[3;5]$

4/ أوجد حصرا للعدد $f(x)$ على كل من المجالين $[1;3]$, $[3;5]$

5/ بين أن النقطة $w(2;2)$ مركز تناظر (C_f)

6/أكتب معادلتي المماسين (Δ_1), (Δ_2) في النقطتين اللتين فاصلتاهما 1 ,2 على الترتيب

7/أحسب $f(4)$ و $f(0)$ ثم أرسم (C_f)

تمرين رقم8: f دالة معرفة على $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{2x-1}{2x-4}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O.\vec{I}.\vec{J})$

1. بين أنه ، و من أجل كل x من ، $f(x)=1+\dfrac{3}{2x-4}$.

2. هل النقطة $A\left(1;-\dfrac{1}{2}\right)$ تنتمي الى (C_f).

a. احسب نهايات الدالة f عند اطراف مجالي تعريفها.

b. استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة كل منهما.

3. احسب $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. جد فواصل نقط المنحنى (C_f) التي يكون معامل توجيه المماس عندها يساوي .

5. جد احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع كل من حامل محور الفواصل و حامل محور التراتيب .

6. ارسم المستقيمات المقاربة ثم المنحنى (C_f) .

تمرين رقم 9:

f دالة عددية معرفة على $\Re-\{1\}$ بالعبارة : $f(x)=\frac{x+3}{x-1}$

1. احسب f' وادرس اشارتها.
2. **احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.**
3. **شكل جدول تغيرات الدالة f.**
4. بين أنه يوجد مماسين للمنحنى (c_f) يكون عندهما معامل التوجيه يساوي 4-.
5. باستعمال احسن تقريب تآلفي للدالة f **عند 2 ؛ عين قيمة تقريبية للعددين** $f(2,001)$ و $f(1,99)$
6. عين حصرا للدالة f **على المجال** $\left[\frac{3}{2};3\right]$.
7. نعرف الدالة g على $\Re-\{1\}$ كمايلي. $g(x)=\cos f(x)$

* احسب الدالة المشتقة $g'(x)$.

تمرين رقم10 :

f دالة عددية معرفة على $\Re-\{2\}$ بالعبارة : $f(x)=\frac{3x-7}{2-x}$

1/ أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

2/ عين معادلتي المستقيمين المقاربين لـ (c_f)

3/ عين نقط تقاطع (c_f) مع محوري ألإحداثيات ، 4/ أرسم المستقيمين المقاربين والمنحني (c_f)

5/ بين أن نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين مركزتناظرللمنحني (c_f)

6/ بين أنه توجد نقطتان من المنحني (c_f) يكون المماس عند كل منها موازيا للمستقيم ذو المعادلة : $y=-x+4$

7/نعترالدالة h المعرفة بـ $h(x)=f(|x|)$ من أجل كل عدد x من D_f ، عين D_h ثم بين أن h دالة زوجية ثم أرسم (c_h) بالإعتيماد على (c_f) في نفس المعلم

تمرين رقم11:

f دالة عددية معرفة على $\Re-\{1\}$ بالعبارة : $f(x)=\frac{2x^2-3x+3}{x-1}$

أ/ بين أنه من أجل كل x من D_f فإنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=2x-1+\frac{2}{x-1}$

ب/أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=2x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (c_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$

ج/ أدرس تغيرات الدالة f ثم أرسم المستقيمات المقاربة و (C)

د/ دون دراسة إستنتج رسم المنحني (c_h) للدالة h المعرفة بـ $h(x)=|f(x)|$.

تمرين رقم 12

نعتبر الدالة f حيث : $f(x)=\frac{4+\sin x}{x^2}$

1- عين عددان حقيقيان a و b بحيث من أجل كل عدد حقيقي x : $a\le 4+\sin x\le b$

2 - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x يكون : $v(x)\le f(x)\le u(x)$

حيث u و v دالتان يطلب تعيينهما.

3- استنتج النهايات التالية : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

تمرين رقم 13

احسب نهاية f عندما يؤول x إلى $+\infty$ في كل حالة من الحالات التالية:

$f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$ $\quad f(x)=\sqrt{x^2+3}+x$ $\quad f(x)=-2x+3+\dfrac{x}{x^2-1}$ $\quad f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}-\dfrac{1}{x-1}$

$f(x)=\sqrt{x^2+1}+\dfrac{1-2x^2}{x+2}$ $\quad f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+2x-5}}{2x}$ $\quad f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{x-1}$ $\quad f(x)=\sqrt{4x^2-3x-1}-2x$

مسائل للتعمق أكثر

مسألة 1:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\Re$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{-2x+4}{x^2-4x+5}$

(C) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة 1 cm

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ واستنتج أن (C) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلة له.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{2(x^2-4x+3)}{(x^2-4x+5)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) عين معادلة ل (T) مماس المنحني (C) عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

ب) تحقق أنه من أجل كل x من $\Re$ ، $f(x)-(-2x+4)=\dfrac{2(x-2)^3}{x^2-4x+5}$.

ج) بعد دراسة إشارة $f(x)-(-2x+4)$ استنتج وضعية المنحني (C) بالنسبة للمماس (T).

- ماذا تلاحظ ؟

4) عين نقاط تقاطع (C) مع محوري الإحداثيات.

5) ارسم المماس (T) والمنحني (C).

6) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=m$.

7) لتكن الدالة g المعرفة على $\Re$ ب : $g(x)=\left|f(x)\right|$

أنشئ في المعلم السابق منحني الدالة g انطلاقا من (C) (بلون مختلف)

مسألة2 : f دالة معرفة بالعلاقة $f(x)=\dfrac{x^3+9}{x^2-1}$.

(C_f) رسمها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) عين D_f مجموعة تعريف الدالة f .

2) برهن أنه من أجل كل x من D_f لدينا : $f(x)=x+\dfrac{5}{x-1}-\dfrac{4}{x+1}$

3) استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لمحور التراتيب .

4) أحسب نهايتي f بجوار $-\infty$ وبجوار $+\infty$.

بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيينه

5) أثبت أن f قابلة للاشتقاق على D_f ، وبين أن : $f'(x)=\dfrac{P(x)}{(x^2-1)^2}$ حيث $P(x)$ كثير حدود من الدرجة الرابعة .

* بين أن 3 جذر ل $P(x)$ ثم حلل $P(x)$ إلى جداء عوامل من الدرجة الأولى.

* استنتج إشارة $f'(x)$ على D_f

* شكل جدول تغيرات الدالة f .