سلسلة الدوال العددية الموسم 2018/2017

شعبتي الثانية الرياضيات و التقني رياضي

التمرين الأول : باستعمال النظريات على المشتقات عين في كل حالة من الحالات التالية أكبر مجموعة يكون فيها كلا من الدالتان f و g قابلة للاشتقاق ثم أحسب f' و g' :

1) $f(x)=\frac{1}{2}x^4+\frac{2}{3}x^3+5x-1$

2) $f(x)=\frac{3x^2+6x-1}{3}$ و $g(x)=\frac{3x+2}{x+1}$

3) $f(x)=\frac{1}{x^2+2x-3}$ و $g(x)=\frac{3x^2-12x+10}{x^2-4x+3}$

4) $f(x)=2x+3-\frac{1}{x+3}$ و $g(x)=\frac{x^2-8x+16}{x-3}$

5) $f(x)=\frac{-x^2+4x}{x^2-4x+3}$ و $g(x)=\frac{x^2+3}{x-1}$

6) $f(x)=\sin x+3\cos x$ و $g(x)=\sin(x).\cos(x)$

7) $f(x)=\sin^2(x)$ و $g(x)=\frac{1+\sin x}{3+\cos x}$

8) $f(x)=\frac{1}{\sin x}$ و $g(x)=\frac{1}{\cos x}$

9) $f(x)=\sin(3x+2)$ و $g(x)=\cos(2x+5)$

10) $f(x)=\sqrt{5x+7}$ و $g(x)=\sqrt{1-2x}$

التمرين الثاني :.عين معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة a في كل حالة من الحالات التالية :

1) $f(x)=3x^2+2x+5$, $a=0$

2) $f(x)=\frac{2x+1}{x-2}$, $a=3$

3) $f(x)=3x+2-\frac{5}{(x+1)^2}$, $a=0$

4) $f(x)=\frac{x^2+5x+2}{x^2+4x}$, $a=-2$

التمرين الثالث :

لتكن الدالة f المعرفة على R بـ

$f(x)=2x^3+5x^2+6x+9$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم

1) عين مشتقة f' الدالة f (2 هل يوجد مماسات للمنحنى (C_f) موازية للمستقيم ذو المعادلة $y=6x+3$ ؟ عين معادلاتها في حالة أوجدوها .

التمرين الرابع : برر التقريب التألفي المحلي عند 0 في كل حالة من الحالات التالية

1) $(1+x)^4\approx 1+4x$ (2 $\sqrt{1+x}\approx 1+\frac{1}{2}x$

3) $\frac{1}{1+x}\approx 1-x$.

التمرين الخامس :

لتكن الدالة f المعرفة على $R-\{1\}$ بـ $f(x)=\frac{2x+3}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم

1 - أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها

2 - أستنتج المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f).

التمرين السادس :

لتكن الدالة f المعرفة على R بـ $f(x)=x^3+3x^2-4$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم

1 - أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2 - تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $f(x)=(x+2)^2(x-1)$ عين فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

3 - بين أن النقطة $\omega(-1;-2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

التمرين السابع

لتكن الدالة f المعرفة على $R-\{1\}$ بـ $f(x)=\frac{2x^2-3x+3}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم

1) عين الأعداد الحقيقية c و b و a حيث أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $R-\{1\}$ فإن

الاستاذ : جواليل أحمد - ثانوية الشيخ أمود تمنراست

$f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$.

2) أثبت أن المستقيم ذو المعادلة $y=2x-1$ مستقيم مقارب مائل جهة $-\infty$ و $+\infty$.

3) أدرس تغيرات الدالة f ثم أرسم المستقيمات المقاربة و (C_f)

4) دون دراسة استنتج رسم المنحنى (C_h) الممثل للدالة h المعرفة بـ $h(x)=|f(x)|$.

التمرين الثامن

لتكن الدالة f المعرفة على $R-\{1\}$ بـ $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$ حيث a ; b , c أعداد حقيقية ثابتة

1-عين a ; b ; c علما أن (C_f) التمثيل البياني للدالة f يمر من النقطة $D(0;-3)$ و $E(-1;-2)$ النقطة ذروة له .

2-بين أن الدالة المعرفة في السؤال 1)هي $x\mapsto\frac{x^2+3}{x-1}$

التمرين التاسع :

لتكن الدالة f المعرفة على $R-\{2\}$ بـ $f(x)=\frac{x^2-3x+6}{x-2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم

1) عين الاعداد الحقيقية a ; b ; c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x من $R-\{2\}$ بـ

$f(x)=ax+b+\frac{c}{x-2}$

2) أحسب نهايات الدالة f عند أطرف مجموعة تعريفها .

3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين إحداهما عمودي يطلب تعيين معادلته و الأخر (Δ)مائل معادلته $y=x-1$.

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $R-\{2\}$ فإن $f'(x)=\frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$ عين إشارة f' و استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x=1$.

6) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

7) بين ان النقطة $\omega(2;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

8) أرسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f).

9) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=m$.

التمرين العاشر :

نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ $f(x)=\frac{3x^2}{x^2+x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم

1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ ثم فسر النتائج هندسيا

2) عين الأعداد الحقيقية a ; b ; c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=a+\frac{bx+c}{x^2+x+1}$

3) أحسب $f'(x)$ عبارة الدالة المشتقة للدالة f ثم استنتج اتجاه تغير و شكل جدول تغيراتها .

4) أكتب معادلة المماس(T) للمنحنى (C_f)عند النقطة ذات الفاصلة -1 .

5) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم(Δ) ذو المعادلة $y=3$.

6) أرسم (C_f) و(Δ)و(T)

7) نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ $g(x)=\frac{3x^2}{x^2-|x|+1}$

أ - بين أن الدالة g زوجية .

الاستاذ : جواليل أحمد - ثانوية الشيخ أمود تمنراست

ب- أكتب عبارة g دون رمز القيمة المطلقة .

ج-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0]$ فإن $g(x)=f(x)$.

د-اشرح كيفية رسم المنحنى (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_g).

التمرين الحادي عشر :

احسب النهايات التالية

1) $\lim_{x\to1}\dfrac{x-1}{x^2+2x-3}$

2) $\lim_{x\to1}\dfrac{x^3-1}{x^2-1}$

3) $\lim_{x\to0}\dfrac{(x+2)^3-8}{x}$

4) $\lim_{x\to-2}\dfrac{x^3+2x^2+x+2}{x^2+x-2}$

5) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)$

6) $\lim_{x\to-\infty}\left(x+\sqrt{x^2+3}\right)$

7) $\lim_{x\to+\infty}\left(x^2-\sqrt{x+2}\right)$

8) $\lim_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x^2+a^2}-a}{\sqrt{x^2+b^2}-b}$

9) $\lim_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

10) $\lim_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{2}}{x-1}$

11) $\lim_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x^2+2x}}{x}$

12) $\lim_{x\to3}\dfrac{x\sqrt{x+1}-6}{x-3}$

13) $\lim_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}$

14) $\lim_{x\to0}\dfrac{\sin 3x}{x}$

15) $\lim_{x\to0}\dfrac{\sin ax}{bx}$

16) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}$

17) $\lim_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{x}$

18) $\lim_{x\to0}\dfrac{\tan x}{x}$

19) $\lim_{x\to0}\dfrac{\tan ax}{bx}$.

20) $\lim_{x\to2}\dfrac{x^3-8}{x^2-3x+2}$

21) $\lim_{x\to14}\dfrac{\sqrt{x}-2}{x^2-5x+4}$

22) $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{x-2}{4x+3}}$

23) $\lim_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{\sqrt{x+2}-\sqrt{3x+2}}$

24) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)$

25) $\lim_{x\to-1}\dfrac{x^2-x+2}{x^3-3x^2-x+3}$

26) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{x}}{x+4}$

27) $\lim_{x\to5}\dfrac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{x+4}-3}$

28) $\lim_{x\to0^+}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x}\right)$

29) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{3x^3}{(x+1)^2}$

30) $\lim_{x\to+\infty}\left(2x-\sqrt{x+4x^2}\right)$

31) $\lim_{x\to1}\dfrac{4x^2+3x-7}{x^2+2x-3}$

32) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{3x^2+9}}{x}$

الاستاذ : جواليل أحمد - ثانوية الشيخ أمود تمنراست

إزالة حالات عدم التعيين

1. بالاختزال

نعتبر الدالة f المعرفة على $\Re-\{-2;1\}$ بـ

$$f(x)=\frac{x^3+2x^2+x+2}{x^2+x-2}$$

أ - أحسب $\lim_{x\to-2}\left(x^3+2x^2+x+2\right)$ و $\lim_{x\to-2}\left(x^2+x-2\right)$. هل يمكن استنتاج نهاية الدالة f عند -2 ؟

ب قم بتحليل كل من x^3+2x^2+x+2 و x^2+x-2

.

ج-بين أنه من أجل كل x من $\Re-\{-2;1\}$،

$f(x)=\dfrac{x^2+1}{x-1}$.

د-استنتج نهاية الدالة f عند -2.

تطبيق : أدرس النهاية عند 1 للدالة g المعرفة على $\Re-\{1\}$

بـ $g(x)=\dfrac{x^3-1}{x^2-2x+1}$.

2. باستعمال التحليل

نعتبر الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ

$$f(x)=2x+1-\sqrt{x^2+x-2}$$

أ-هل يمكن تعيين نهاية الدالة f عند $+\infty$ مباشرة ؟ لماذا ؟

ب-بين أنه من أجل كل x من $]1;+\infty[$ ،

$f(x)=x\left(2+\dfrac{1}{x}-\sqrt{1+\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2}}\right)$.

ج-استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

تطبيق: أدرس النهاية عند $+\infty$ للدالة g المعرفة على

$[0;+\infty[$ بـ $g(x)=x+2-\sqrt{x}$.

3. باستعمال المرافق

نعتبر الدالة f المعرفة على $]2;+\infty[$ بـ

$$f(x)=\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-2x}$$

أ - تحقق أن لدينا حالة عدم التعيين لما يؤول x إلى $+\infty$.

ب بين أنه من أجل كل x من $]2;+\infty[$،

$$f(x)=\frac{2+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x}}+\sqrt{1-\frac{2}{x}}}$$

ج-استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

تطبيق: أدرس النهاية عند $-\infty$ للدالة g المعرفة على

$[0;+\infty[$ بـ $g(x)=x+2+\sqrt{x^2+x}$.

4. باستعمال العدد المشتق

نعتبر الدالة f المعرفة على $\Re^*$ بـ $f(x)=\dfrac{\cos x-1}{x}$

أ-هل يمكن تعيين نهاية الدالة f عند 0 مباشرة ؟ لماذا ؟

ب-باستعمال تعريف العدد المشتق عند 0 للدالة

$x\mapsto\cos x$ عين نهاية الدالة f عند 0.

تطبيق : أدرس النهاية عند 0 للدالة g المعرفة على

$[-1;0[\cup]0;+\infty[$ بـ $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x}$

الاستاذ : جواليل أحمد - ثانوية الشيخ أمود تمنراست