إختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

القسم: سنة ثانية رياضيات المدة : 120 دقيقة

تمرين رقم (1) :

الجزء الأول: g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ: $\boxed{g(x)=\dfrac{-x^2-3x-3}{x+2}}$

❶ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\neq-2$ لدينا : $\boxed{g(x)=ax+b-\dfrac{1}{x+2}}$ حيث a و b عددين حقيقين يطلب تعيينهما.

❷ أحسب $g'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغيرها وشكل جدول تغيرات الدالة g.

❸ أثبت أنه يوجد مماسين (D_1) و (D_2) يوازيان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-5+x$.

❹ أوجد حصرا للدالة g لما : $x\in[-5;-4]$ ثم لما $x\in[4;5]$

❺ بين أن النقطة $M(-2;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_g)

❻ أوجد نقط تقاطع (C_g) مع محوري الاحداثيات.

❼ أوجد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

❽ أنشيء المنحنى (C_g) والمستقيم (T).

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ كما يلي : $\boxed{f(x)=|g(x)|}$

① أكتب f دون رمز القيمة المطلقة.

② إشرح كيف يمكن إنشاء منحنى الدالة f انطلاقا من (C_g)، ثم أنشئه في نفس المعلم السابق.

تمرين رقم (2) :

يحتوي صندوق على 5 كرات لانفرق بينها باللمس.

منها 2 كرات بيضاء تحمل الرقم "a" و 2 كرات سوداء تحمل الرقم "$a-1$"، وكرة واحدة خضراء تحمل الرقم "2"، حيث a عدد حقيقي موجب تماما.

✍ نسحب كرتين من الصندوق على التوالي وبدون إرجاع الكرة الأولى.

❶ مثل التجربة بمخطط -شجرة الإمكانيات-

❷ عين مجموع الإمكانيات Ω، ثم عرف عليها قانون احتمال التجربة.

❸ أحسب احتمالات الحوادث التالية:

"A": الحصول على كرتين من نفس اللون

"B": الحصول على كـرة خضـراء

"C": الحصول على كرة بيضاء أو كرة سوداء

✍ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة جداء الرقمين المحصل عليهما.

① عين جميع القيم الممكنة للمتغير العشوائي X، ثم عرف قانون احتماله.

② بين أن الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X يعطى بالعلاقة : $E(X) = \dfrac{6a^2+2a-3}{10}$

③ عين قيمة العدد الحقيقي a حتى تكون الأمل الرياضياتي عادلا.

نحن قوم لاتهزنا الجبال العوالي فكيف بورقة كتب عليها أجب على السؤال التالي

الإجابة النموذجية	سلم التنقيط

التمرين الأول

① **تعيين الأعداد الحقيقية** a و b — 0.5

$$g(x)=ax+b-\frac{1}{x+2}=\frac{(ax+b)(x+2)-1}{x+2}=\frac{ax^2+(2a+b)x+2b-1}{x+2}$$

بالمطابقة نجد : $\begin{cases} a=-1 \\ 2a+b=-3 \\ 2b-1=-3 \end{cases}$ تكافئ $\boxed{a=-1 \text{ و } b=-1}$ إذن : $g(x)=-x-1-\dfrac{1}{x+2}$ — $0.5+0.5$

② **دراسة اتجاه تغير الدالة** g: الدالة g معرفة وقابلة للإشتقاق على : $\mathbb{R}-\{-2\}$ ودالتها المشتقة هي : — 1

$$\boxed{g'(x)=-1+\frac{1}{(x+2)^2}=\frac{-x^2-4x-4+1}{(x+2)^2}=\frac{-x^2-4x-3}{(x+2)^2}}$$

دراسة إشارة المشتقة : — $0.5+0.5$

لدينا : $(x+2)^2>0$ وعليه إشارة $g'(x)$ من إشارة $-x^2-4x-3$ ولدينا : $g'(x)=\dfrac{-x^2-4x-3}{(x+2)^2}=\dfrac{-(x+3)(x+1)}{(x+2)^2}$

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$g(x)$		$\searrow$	3	$\nearrow$	‖	$\nearrow$	-1	$\searrow$	

1.5

③ **أثبات أن** (C_g) **يقبل مماسين** : معناه أن المعادلة : $g'(x)=1$ تقبل حلين متمايزين

$g'(x)=1$ تكافيء $\dfrac{-x^2-4x-3}{(x+2)^2}=1$ تكافئ $-x^2-4x-3=x^2+4x+4$ تكافئ $-2x^2-8x-7=0$

لدينا : $\Delta=8$ وعليه (C_g) يقبل مماسين عند النقطتين ذات الفاصلتين $\boxed{x_1=\sqrt{4}-4 \text{ و } x_2=-\sqrt{4}-4}$ — $0.5+0.5$

④ **تعيين حصر للدالة** g: — $0.5+0.5$

✍ الدالة g متناقصة تماما على المجالين $[4;5]$ و $[-5;-4]$ وعليه يكون:

$\boxed{g(-4)\le g(x)\le g(-5) \text{ أي } \frac{7}{2}\le g(x)\le\frac{13}{3}}$ و $\boxed{g(5)\le g(x)\le g(4) \text{ أي } -\frac{31}{6}\le g(x)\le -\frac{43}{7}}$

④ **إثبات أن النقطة** $M(-2;1)$ **مركز تناظر للمنحنى** (C_g): معناه : $g(-4-x)+g(x)=2$ — $0.5+0.5$

لدينا: $g(-4-x)+g(x)=4+\cancel{x}-1-\dfrac{1}{-4-x+2}-\cancel{x}-1-\dfrac{1}{x+2}=2+\cancel{\dfrac{1}{x+2}}-\cancel{\dfrac{1}{x+2}}=2$

⑤ **نقط تقاطع** (C_g) **مع محوري الاحداثيات**: — 0.5

أ- مع محور الفواصل :

معناه حل المعادلة $g(x)=0$ ، لدينا : $\Delta=-3<0$ إذن المعادلة لاتقبل حلولا وعليه $\boxed{(C_g)\cap(x'x)=\{\varnothing\}}$

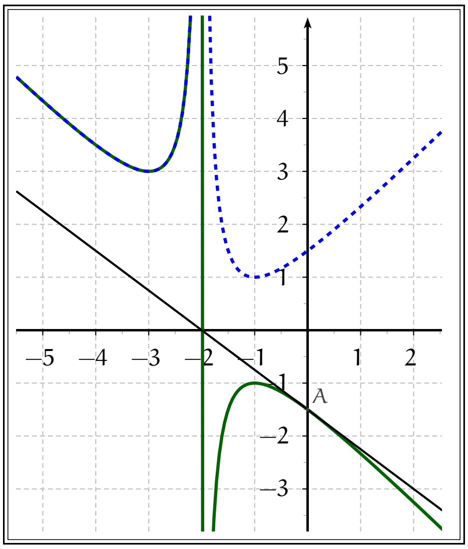
أ- مع محور التراتيب : — 0.5

معناه حساب $g(0)$ ، لدينا : $g(0)=-\dfrac{3}{2}$ وعليه $\boxed{(C_g)\cap(y'y)=\left\{\left(0;-\frac{3}{2}\right)\right\}}$

0.5

⑤ **معادلة المماس** (T) **للمنحنى** (C_g) **عند النقطة ذات الفاصلة** 0 :

لدينا: $y=g'(0)(x-0)+g(0)=-\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$



0.5 + 0.5

⑤ **كتابة** f **دون رمز القيمة المطلقة:**

$$f(x)=\begin{cases} g(x);g(x)>0 \\ -g(x);g(x)\leq 0\end{cases} = \begin{cases} g(x);x<-2 \\ -g(x);x>-2\end{cases}$$

0.5 + 0.5

⑥ **شرح طريقة إنشاء** (C_f) :

✍ من أجل $x>-2$ يكون (C_g) و (C_f) منطبقين

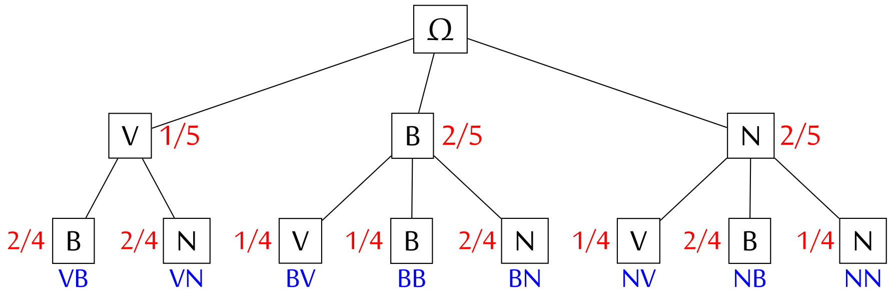
✍ من أجل $x<-2$ يكون (C_f) و (C_g) متناظرين بالنسبة لمحور الفواصل.

1.5

التمرين الثاني

2

❶ **شجرة الإمكانيات**



0.5 + 1

❷ **مجموعة الإمكانيات وقانون احتمالها** لدينا: $\Omega=\{NN,NB,NV,BN,BB,BV,VN,VB\}$

VB	VN	BV	BB	BN	NV	NB	NN	x_i
2/20	2/20	2/20	2/20	4/20	2/20	4/20	2/20	$P(x_i)$

0.5 + 0.5 + 0.5

❸ **حساب احتمال الحوادث:**

لدينا: $A=\{BB,NN\}$ ومنه : $\boxed{P(A)=\frac{2}{20}+\frac{2}{20}=\frac{1}{5}}$

ولدينا: $B=\{NV,BV,VN,VB\}$ ومنه : $\boxed{P(B)=\frac{2+2+2+2}{20}=\frac{2}{5}}$ ولدينا: $C=\Omega$ ومنه : $\boxed{P(C)=1}$

0.75 + 0.75

❹ **تعيين قيم المتغير العشوائي وقانون احتماله:**

$X=\{a^2;a^2-a;(a-1)^2;2a;2a-2\}$

$X=x_i$	a^2	a^2-a	$(a-1)^2$	$2a$	$2a-2$
$P(X=x_i)$	2/20	8/20	2/20	4/20	4/20

0.5

❹ **اثبات أن** $E(X)=\frac{6a^2+2a-3}{10}$:

$$E(X)=\frac{2}{20}\times a^2+\frac{8}{20}(a^2-a)+\frac{2}{20}\times(a-1)^2+\frac{4}{20}\times 2a+\frac{4}{20}\times(2a-2)$$

$$E(X)=\frac{2\left(a^2+4a^2-4a+a^2-2a+1+4a+4a-4\right)}{20}=\frac{6a^2+2a-3}{10}$$

0.5

$E(X)$ عادل معناه $E(X)=0$ تكافيء $6a^2+2a-3=0$ لدينا : $\Delta=76$ ومنه : $a_1=\frac{-2-\sqrt{19}}{6}$ أو $a_2=\frac{-2+\sqrt{19}}{6}$

بما أن $a>0$ فإن $E(x)=0$ تكافيء $\boxed{a=\frac{-2+\sqrt{19}}{6}}$