الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

المستوى: السنة الثانية رياضيات .

سلم يوم: 2020/01/16

يعاد يوم : 2020/01/22

الواجب المنزلي رقم 05

مسألـــة

I- α عدد حقيقي غير معدوم , β عدد حقيقي و g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{\frac{1}{a}\}$ كما يلي :

$$g(x)=\frac{\alpha x^2+\beta x}{\alpha x-1}$$

ليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$، عين العددين α و β حيث :

- (C_g) يشمل النقطة $A(1;5)$.
- (C_g) يقبل المستقيم ذي المعادلة $x=\frac{1}{2}$ مستقيما مقاربا موازيا لحامل محور التراتيب .

II- لتكن f الدالة المعرفة على $]-\infty;\frac{1}{2}[\cup]\frac{1}{2};+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=\frac{2x^2+3x}{2x-1}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (D) مواز لحامل محور التراتيب .
ب- بين ان (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته .
جـ- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)
د- أثبت أن B نقطة تقاطع (D) و (Δ) هي مركز تناظر لـ (C_f).

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3) أ- اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة صفر .
ب- بين ان (C_f) يقبل مماسا (T') مواز للمماس (T) يطلب تعيين معادلته .

4) انشيء كل من (T)، (T')، (D) ، (Δ) والمنحنى (C_f).

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول x :

$$2x^2+3x=(2x-1)(x+m)$$

III- لتكن h الدالة المعرفة على $]-\infty;\frac{1}{2}[\cup]\frac{1}{2};+\infty[$ كما يلي :

$$h(x)=\frac{2x^2+3\mid x\mid}{2\mid x\mid-1}$$

1) اكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة h عند الصفر ثم فسر النتيجة هندسيا .

3) انشئ (C_h) المنحنى الممثل للدالة h في نفس المعلم السابق .

تصحيح الواجب المنزلي رقم 5

التنقيط	الإجابة النموذجية

I - تعيين العددين α و β

0.5 (C_g) يشمل $A(1,5)$ معناه $g(1)=5$ أي : $\alpha+\beta=5(\alpha-1)$ ومنه : $-4\alpha+\beta+5=0$

0.5 (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مواز لحامل محور التراتيب معادلته $x=\frac{1}{2}$ معناه $\frac{1}{2}\alpha-1=0$

إذن : $\boxed{\alpha=2}$ بالتعويض نجد $\boxed{\beta=3}$

II - أ - حساب النهايات

$\times 0.25$
4

$\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty}$ و $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty}$ و $\boxed{\lim\limits_{x\overset{>}{\to}\frac{1}{2}} f(x)=+\infty}$ و $\boxed{\lim\limits_{x\overset{<}{\to}\frac{1}{2}} f(x)=-\infty}$

نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لحامل محور التراتيب معادلته : $\boxed{(D): x=\frac{1}{2}}$

ب - إيجاد معادلة المستقيم المقارب المائل

$\times 0.25$
2

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x^2+3x}{2x^2-x}=1$ ومنه $\boxed{a=1}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-ax\right]=2$ ومنه $\boxed{b=2}$

إذن $\boxed{y=x+2}$

0.5 نتأكد أن المستقيم ذو المعادلة $y=x+2$ مقارب مائل : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x+2)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{2x-1}=0$

ج - دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)

0.5 $f(x)-y=\frac{2x^2+3x}{2x-1}-(x+2)=\frac{2}{2x-1}$

x	$-\infty$ $\qquad$ $\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$	$+$
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) فوق (Δ)

د - نقطة تقاطع (D) و (Δ)

0.5 نحل الجملة : $\begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=x+2 \end{cases}$ إذن $B\left(\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$

إثبات أن B مركز تناظر لـ (C_f)

0.5 ✍ من أجل كل x من D_f لدينا : $1-x\in D_f$

✍ يكفي إثبات أن $f(2\alpha-x)+f(x)=2\beta$

$$f(1-x)+f(x)=\frac{2(1-x)^2+3(1-x)}{2(1-x)-1}+\frac{2x^2+3x}{2x-1}=\frac{\cancel{-2x^2}+7x-5\cancel{+2x^2}+3x}{2x-1}=\frac{5(2x-1)}{2x-1}=5$$

❷ دراسة تغيرات الدالة f

0.5 f دالة معرفة وقابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\}$ ودالتها المشتقة معرفة بـ: $\boxed{f'(x)=\frac{4x^2-4x-3}{(2x-1)^2}}$

إشارة المشتقة من إشارة البسط أي $4x^2-4x-3=0$ معناه $\boxed{x=-\frac{1}{2}}$ و $\boxed{x=\frac{3}{2}}$

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{1}{2}$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$\frac{5}{2}$	↗	$+\infty$

0.5

❸ معادلة المماس (T) عند الصفر

0.5 $(T): y=f'(0)(x-0)+f(0)$ وعليه : $\boxed{(T): y=-3x}$

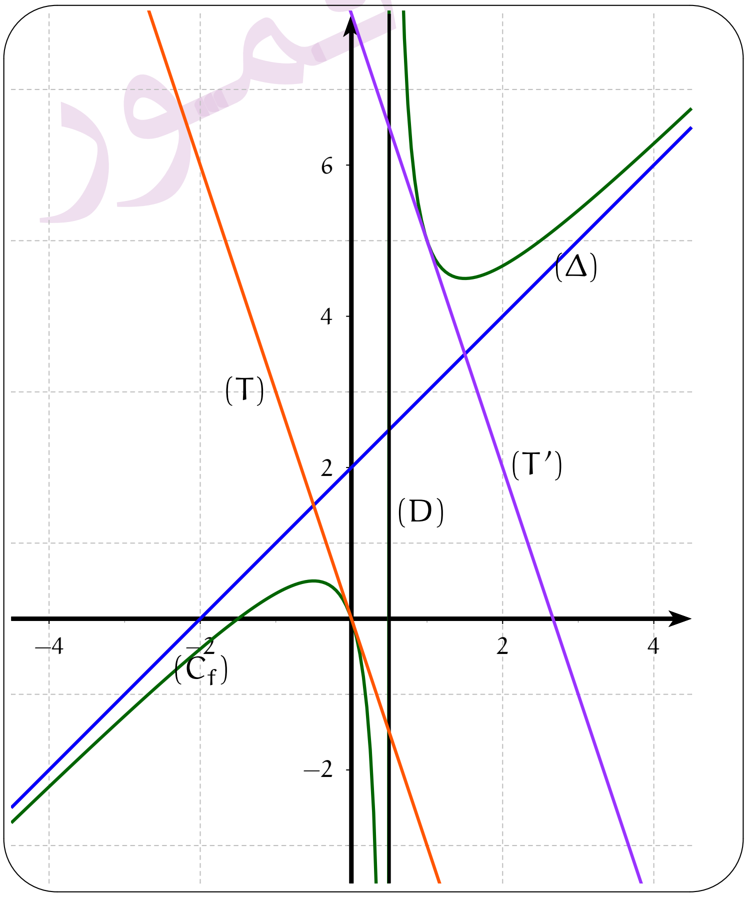
(T') يوازي (T) معناه لهما نفس معامل التوجيه ومنه : $f'(x)=3$ معناه $\boxed{x=0}$ و $\boxed{x=1}$

0.5 $(T'): y=f'(1)(x-1)+f(1)$ ومنه $\boxed{(T'): y=-3x+8}$

❸ الإنشاء

0.5

$$\begin{cases} (C_f)\ :\ y=\dfrac{2x^2+3x}{2x-1} \\ (D)\ :\ x=\dfrac{1}{2} \\ (\Delta)\ :\ y=x+2 \\ (T)\ :\ y=-3x \\ (T')\ :\ y=-3x+8 \end{cases}$$



❹ المناقشة البيانية

$f(x)=x+m$ هي فواصل نقط تقاطع منحنى الدالة f مع المستقيم ذو المعادلة $y=x+m$

0.5 ❖ من أجل $m\in]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ المعادلة $f(x)=x+m$ تقبل حلا وحيـدا

❖ من أجل $m=2$ المعادلة $f(x)=x+m$ لا تقبل حلـولا

III - كتابة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

0.5

$$h(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2+3x}{2x-1} & ,x>0\\[2mm] \dfrac{2x^2-3x}{-2x-1} & ,x\leq 0\end{cases}$$

① - دراسة قابلية إشتقاق الدالة h عند الصفر

0.5

$$\lim_{x\overset{>}{\to}0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\overset{>}{\to}0}\frac{2x^2+3x}{x(2x-1)}=\lim_{x\overset{>}{\to}0}\frac{x(2x+3)}{x(2x-1)}=-3$$

0.5

$$\lim_{x\overset{<}{\to}0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\overset{<}{\to}0}\frac{2x^2+3x}{x(-2x-1)}=\lim_{x\overset{<}{\to}0}\frac{x(2x+3)}{x(-2x-1)}=3$$

$$\boxed{\lim_{x\overset{>}{\to}0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}\neq\lim_{x\overset{<}{\to}0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}}$$

إذن h غير قابلـة للإشتقاق عند الصفر

التفسير الهندسي

(C_f) يقبل نصفي مماسين معامل توجيههما 3 و -3 والنقطة التي احداثياتها $(0;0)$ نقطة زاوية

0.5

② أنشاء (C_h)

0.5

$$(C_f)\ :\ y=\frac{2x^2+3x}{2x-1}\qquad\qquad (C_h)\ :\ y=\frac{2x^2+3|x|}{2|x|-1}$$