سلسلة تدعيمية في الحساب الشعاعي و الهندسة التحليلية

التمرين 1:

ABC مثلث كيفي ، النقطة I منتصف $[AB]$

1. أنشئ النقطة M حيث $\overrightarrow{AM}=-\overrightarrow{AC}$
2. بين أن $\overrightarrow{IM}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.
3. لتكن N نقطة من المستوي تحقق $2\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}=\vec{0}$
   - أثبت أن $\overrightarrow{IN}=-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$
   - استنتج أن $\overrightarrow{IM}=-3\overrightarrow{IN}$. ماذا يمكن القول عن النقط N، I، M .
4. نعتبر النقاط $A(1;2)$; $B(3;0)$; $C(-1;1)$
   أ. عين معادلة للمستقيم (AB). ب .عين معامل توجيه المستقيم (CB).
5. نعتبر الجملة (S)ذات المجهولين الحقيقيين غير معدومين x، y المعرفة كمايلي:

$$\begin{cases}\frac{15}{x}+\frac{12}{y}-4=0\\ \frac{4}{x}-\frac{4}{y}-\frac{5}{3}=0\end{cases}$$

بوضع $a=\frac{1}{x}$ و $b=\frac{1}{y}$ نحصل على الجملة (S') أكتب الجملة (S') وأعط حلولها ثم استنتج حلول الجملة (S).

التمرين 2:

I/ $ABCD$ متوازي الأضلاع مركزه O , E و F نقطتين من $[AC]$حيث : $AE=EF=FC$
المستقيم(DF) يقطع$[BC]$ في I .

1. أثبت أن $\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{AF}$
2. أثبت أن O منتصف$[EF]$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $EBFD$.
3. أثبت أن I منتصف$[BC]$.

I I/ المستوي منسوب إلى المعلم $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$ و بوضع: $\overrightarrow{AB}=\vec{i}$ و $\overrightarrow{AD}=\vec{j}$

1. عبر عن الأشعة $\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AF}$ بدلالة الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$ و استنتج أحداثيات النقط I,E,F . في المعلم $\left(A,\vec{i},\vec{j}\right)$
2. تحقق من أن : $\overrightarrow{FI}=2\overrightarrow{EB}$.

التمرين 3:

ABC مثلث.

1. أنشئ النقطة M حيث: $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.
2. برهن أن: $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
3. أنشئ النقطة N حيث: $\overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.
4. برهن أن النقط A, M, N على استقامة واحدة.

التمرين 4:

1. حل في $\mathbb{R}^2$ الجملة التالية : $\begin{cases} 2x+6y+1=0 \\ 3x+9y-2=0 \end{cases}$

- ما ذا تستنتج بيانيا ؟

2. حل في $\mathbb{R}^2$ الجملة التالية : $\begin{cases} 5x-3y+7=0 \\ 3x+4y-48=0 \end{cases}$

- ما ذا تستنتج بيانيا ؟
- استنتج حلول الجملة التالية : $\begin{cases} 5a^2-3b^2+7=0 \\ 3a^2+4b^2-48=0 \end{cases}$

التمرين 5:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ A و B نقطتان من المستوي بحيث : $A\left(5;3\right)$ $B\left(1;-3\right)$

$\left(\Delta_m\right)$ مستقيم من المستوي معادلته : $\left(m+3\right)x-\left(2m+1\right)y+m=0$ / m عدد حقيقي ثابت

1. عين قيمة m في كل حالة من الحالات التالية :
   أ) النقطة $A\left(5;3\right)$ تنتمي إلى المستقيم $\left(\Delta_m\right)$.
   ب) $\vec{V}\left(5\ ;\ 2\right)$ هو شعاع توجيه للمستقيم $\left(\Delta_m\right)$.
   ج) المستقيم $\left(\Delta_m\right)$ موازي للمستقيم (D) الذي معادلته : $2x+3y+1=0$.
   د) معامل توجيه المستقيم $\left(\Delta_m\right)$ يساوي 2 .
2. أكتب معادلة المستقيم (AB) .
3. من أجل m = 1 ، عين نقطة تقاطع المستقيمين $\left(\Delta_1\right)$ و (AB) .
4. بين أنه توجد نقطتين H و H' من المستقيم (L) ذي المعادلة $y = x$ بحيث يكون: $AH=AH'=2$ يطلب تعيين إحداثييهما .

نعتبر النقاط التالية : $C\left(3;-1\right),\ B\left(1;2\right),\ A\left(-1;4\right)$

التمرين 6:

1. عين مركبتا الشعاع $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.
2. هل النقاط A , B , C في استقامية .
3. عين إحداثيتي منتصف قطعة المستقيم $\left[AC\right]$.
4. عين معادلة المستقيم الذي يشمل C و $\overrightarrow{AB}$ شعاع توجيه له .
5. هل النقطة $D\left(0;1\right)$ تنتمي إلى المستقيم $\left(AB\right)$.
6. عين معادلة المستقيم الذي يشمل A ويوازي محور التراتيب .
7. عين معادلة المستقيم الذي يشمل A ويوازي محور الفواصل .
8. عين معامل توجيه المستقيم $\left(\Delta\right)$ الذي معادلته $5x+5y-2=0$.
9. نعتبر النقطة $E\left(x\,;2x\right)$ حيث x عدد حقيقي .
   أ) عين قيمة x حتى تكون النقط A , B , E على استقامة واحدة .
   ب) عين قيمة x حتى يكون المثلث ABE متساوي الساقين ذو الرأس E .
   ج) عين قيمة العدد الحقيقي x حتى يكون $AE=\sqrt{17}$.
10. عين إحداثيتي النقطة M بحيث $\overrightarrow{AM}=4\overrightarrow{MB}$.
11. عين إحداثيتي النقطة F بحيث يكون الرباعي $ABFC$ متوازي أضلاع .
12. هل المثلث ABC قائم . علل ؟

التمرين 7:

في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ لتكن C , B , A ثلاث نقاط من المستوي بحيث: $C(\alpha^2+1\ ,\ \alpha)$,

A(-1 , 2), B(2 , 0)

-1 عين قيم α التي من أجلها تكون النقاط C , B , A على استقامة واحدة.

-2 أكتب معادلة المستقيم (AB).

-3 أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي معامل توجيهه 2 و يشمل النقطة I(1 , 5).

-4 عين نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (AB).

-5 لتكن G نقطة من المستوي بحيث: $\overrightarrow{OG}=3\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}$.

أ) عين إحداثيي النقطة G .

ب) بين أن : $\overrightarrow{GA}=k.\overrightarrow{GB}$ حيث k عدد حقيقي ثابت يطلب تعيينه ، ما ذا تستنتج؟

-6 D نقطة من المستوي بحيث D(1 ,-2) .

- عين إحداثيي النقطة E حتى يكون الرباعي ABDE متوازي أضلاع .
- أحسب طول قطره $[AD]$.
- عين إحداثيي النقطة H نقطة تقاطع القطرين في متوازي الأضلاع ABDE.

-7 ليكن (T) المستقيم الذي معادلته : $(2m+1)x-(m+2)y+3m=0$. حيث m ثابت حقيقي

- عين قيمة m حتى يكون $\vec{V}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ شعاع توجيه للمستقيم (T).
- عين قيمة m حتى تكون A نقطة من المستقيم (T) .

التمرين 8:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

نعتبر النقط $A\left(1,2\right)$ ، $B\left(-2,1\right)$ و $C\left(0,-2\right)$

1. علم النقط A,B,C
2. عين إحداثيتي النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع
3. عين إحداثيتي النقطة M بحيث $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$
4. نعتبر النقطة $N\left(x,-\frac{1}{2}\right)$ عين قيمة x بحيث النقط N,B,C على استقامة واحدة
5. أكتب معادلة المستقيم (AB)
6. أكتب معادلة المستقيم الذي يشمل C و يوازي (AB)

التمرين 9:

I. $ABCD$ متوازي الأضلاع مركزه O , E و F نقطتين من $[AC]$ حيث : $AE=EF=FC$
المستقيم (DF) يقطع $[BC]$ في I

1. أثبت أن: $\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{AF}$
2. أثبت أن: O منتصف $[EF]$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $EBFD$
3. أثبت أن: I منتصف $[BC]$
4. بين أن: $\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ ، $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ ، $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

II. المستوي منسوب إلى المعلم $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$

1. استنتج من السؤال(I .4) أحداثيات النقط I,E,F في المعلم $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$.
2. تحقق من أن : $\overrightarrow{FI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{EB}$
3. حل الجملة التالية : $\begin{cases}x+2y-1=0\\x+2y-2=0\end{cases}$
4. أوجد معادلة كل من المستقيمين (EB) و (FI) و استنتج الوضع النسبي لهما مع التعليل.

التمرين 10:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ الجملة : $\begin{cases} x-y=-3 \\ -3x+y=1 \end{cases}$

2) اكتب معادلة المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) حيث :

* المستقيم (Δ_1) يشمل النقطتين $A(-2;1)$ و $B(2;5)$

* المستقيم (Δ_2) يشمل النقطة $C(-\frac{1}{3};0)$ و $\vec{v}\binom{1}{3}$ شعاع توجيه له.

أ) أرسم بعناية المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2).

ب) من البيان عين نقطة تقاطع (Δ_1) و (Δ_2). ماذا تستنتج؟

التمرين 11:

المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر النقط $A(-3;2)$ ، $B(6;5)$ ، $C(3;-1)$.

1) علّم النقط A ، B ، C . عين إحداثيات النقطة I منتصف القطعة $[AB]$.

2) عين إحداثيات النقطة B' نظيرة النقطة B بالنسبة للنقطة C .

3) عين إحداثيات النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

4) x عدد حقيقي ، نعتبر النقطة M حيث $M(x;x+1)$

عين مركبات الشعاع $\overrightarrow{AM}$ بدلالة x ثم استنتج قيمة x بحيث يكون A ، B ، M على استقامة واحدة .

التمرين 12:

المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. علم النقط التالية $A(1;2)$, $B(3;0)$, $C(-3;-4)$, $D(0;1)$
2. عين إحداثيتي النقطة M بحيث يكون الرباعي $BMCA$ متوازي أضلاع .
3. عين معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل A و $\overrightarrow{BC}$ شعاع توجيه له .
4. عين إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيم $(D):-x+3y-5=0$ مع محور الفواصل ، ثم مع محور التراتيب .
5. عين إحداثيتي النقطة N بحيث B نظيرة A بالنسبة إلى N .
6. احسب الأطوال AB, AD, DB ، ثم استنتج نوع المثلث ABD .
7. عين E مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABD .
8. استنتج المسافة EN .

التـمريـن 13 :

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ النقط :, $A(-2;1)$, $B(1;-1)$, $C(3;2)$

1. أوجـد إحداثيتي النقطة D بحيث يكون ABCD متوازي الأضلاع .

2 ـ أثبت أن المـثـلّث ABC قـائم ومتساوي السّاقين ، اسـتـنـتـج طبيعة الرباعي ABCD .

3 ـ ا- أكـتـب معـادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A ومعـامل توجيـهـه يساوي 5- .

ب- دون كتابة معادلة المستقيم (BD) بيـّن أنّ (BD) يـوازي (Δ) .