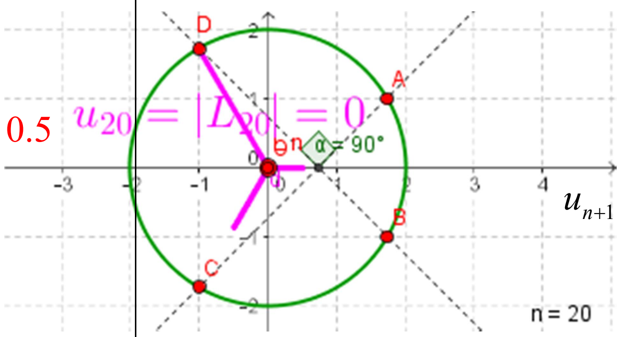
☜ تصحيح الموضوع التجريبي الثاني الشعبة : رياضيات

العلامة	التصحيح
05 نقاط	☜ التمرين الأول ☺☺☺
	1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $(z^2+2z+4)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$.
0.5	▪ حل المعادلة $(z^2+2z+4)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$: $(z^2+2z+4)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$ يكافئ $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$ أو $z^2+2z+4=0$ ▪ حل المعادلة : $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$ حساب المميز : $\Delta=\left(-2\sqrt{3}\right)^2-4(1)(4)=12-16=-4=(2i)^2$ المعادلة تقبل حلين هما : $z_1=\frac{2\sqrt{3}-2i}{2}=\sqrt{3}-i$, $z_2=\overline{z_1}=\sqrt{3}+i$
0.5	▪ حل المعادلة $z^2+2z+4=0$ حساب المميز : $\Delta=(2)^2-4(1)(4)=4-16=-12=\left(2\sqrt{3}i\right)^2$ المعادلة تقبل حلين هما : $z'=\frac{-2-2i\sqrt{3}}{2}=-1-i\sqrt{3}$, $z''=\overline{z'}=-1+i\sqrt{3}$
	▪ مجموعة حلول المعادلة $(z^2+2z+4)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$: $S=\left\{\sqrt{3}-i;\sqrt{3}+i;-1-i\sqrt{3};-1+i\sqrt{3}\right\}$
	2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط A,B,C و D التي لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}+i$, $z_B=\overline{z_A}$, $z_C=-1-i\sqrt{3}$ و $z_D=\overline{z_C}$. أ) أكتب الأعداد المركبة z_A,z_B,z_C و z_D على الشكل الأسي
0.5	▪ كتابة الأعداد z_A,z_B,z_C و z_D على الشكل الأسي: ▪ لدينا : $z_A=\sqrt{3}+i$ ▪ حساب الطويلة : $\lvert z_A\rvert=\lvert\sqrt{3}+i\rvert=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2}=2$ ▪ تعيين عمدة للعدد z_A : نضع $\theta=\arg(z_A)$ لدينا : $\begin{cases}\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \sin\theta=\frac{1}{2}\end{cases}$ ومنه $\theta\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]$ أي $z_A=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ ▪ ولدينا : $z_B=\overline{z_A}=2e^{-i\frac{\pi}{6}}$
	▪ $z_C=-1-i\sqrt{3}$ حساب الطويلة : $\lvert z_C\rvert=\lvert-1-i\sqrt{3}\rvert=\sqrt{(-1)^2+\left(-\sqrt{3}\right)^2}=2$

0.5	تعيين عمدة للعدد z_C : نضع : $\theta' = \arg(z_C)$ لدينا : $\begin{cases} \cos\theta' = -\frac{1}{2} \\ \sin\theta' = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ ومنه $\theta \equiv \frac{4\pi}{3}[2\pi]$ إذن $z_C = 2e^{i\frac{4\pi}{3}}$
	▪ ولدينا : $z_D = \overline{z_C} = 2e^{-i\frac{4\pi}{3}}$
	ب) بين أن النقط C,B,A و D تنتمي الى نفس الدائرة (C) يطلب تعيين عناصرها .
0.25	▪ تبيان أن النقط C,B,A و D تنتمي الى نفس الدائرة (C) : ▪ لدينا : $\|z_A\| = \|z_B\| = \|z_C\| = \|z_D\| = 2$ أي $OA = OB = OC = OD = 2$ ومنه النقط C,B,A و D تنتمي الى نفس الدائرة (C) ذات المركز O و نصف قطرها $r = 2$
	ج) بين أنّ : $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_C} = i$ ثم عين قيسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BD})$.
0.5	▪ تبيان أن $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_C} = i$ ثم تعيين قيسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BD})$: ▪ لدينا: $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_C} = \frac{-1 + i\sqrt{3} - \sqrt{3} + i}{\sqrt{3} + i + 1 + i\sqrt{3}} = \frac{-1 - \sqrt{3} + i(1+\sqrt{3})}{1 + \sqrt{3} + i(1+\sqrt{3})} = \frac{i^2(1+\sqrt{3}) + i(1+\sqrt{3})}{1 + \sqrt{3} + i(1+\sqrt{3})}$ أي $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_C} = \frac{i\left(i(1+\sqrt{3}) + (1+\sqrt{3})\right)}{1 + \sqrt{3} + i(1+\sqrt{3})} = i \times \frac{1 + \sqrt{3} + i(1+\sqrt{3})}{1 + \sqrt{3} + i(1+\sqrt{3})} = i$ إذن $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_C} = i$ ▪ تعيين قيسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BD})$: $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BD}) = \arg(i) = \frac{\pi}{2}$
	▪ ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (AC) و (BD)؟
0.25	▪ الاستنتاج بالنسبة للمستقيمين (AC) و (BD): $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BD}) = \frac{\pi}{2}$ يعني $(AC) \perp (BD)$
	3) نعتبر العدد المركب z_n الذي طويلته $\frac{1}{2^n}$ و $\frac{2n\pi}{3}$ عمدة له ، حيث n عدد طبيعي . ونعرف العدد المركب L_n بـ : $L_n = z_D \times z_n$. أ) أكتب كلا من العددين L_1, L_0 على الشكل الجبري .
	▪ كتابة كلا من العددين L_1, L_0 على الشكل الجبري : لدينا : $L_0 = z_D \times z_0 = 2e^{-i\frac{4\pi}{3}} \times \frac{1}{2^0} \times e^{i\frac{2\times 0\times\pi}{3}} = 2e^{-i\frac{4\pi}{3}} = -1 + i\sqrt{3}$

0.5	$L_1 = z_D \times z_1 = 2e^{-i\frac{4\pi}{3}} \times \frac{1}{2^1} \times e^{i\frac{2\pi}{3}} = 2\times\frac{1}{2}\times e^{-i\frac{4\pi}{3}+i\frac{2\pi}{3}} = e^{-i\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ إذن $L_0 = -1 + i\sqrt{3}$ $L_1 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$
	ب) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_n = \lvert L_n \rvert$ من أجل كل عدد طبيعي n. ▪ **بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .** ▪ **لتكن النقط $M_0, M_1, \dots, M_n$ صور الأعداد المركبة $L_0, L_1, \dots, L_n$ على الترتيب .** **أحسب بدلالة n المجموع ، $S_n = \lVert \overrightarrow{OM_0} \rVert + \lVert \overrightarrow{OM_1} \rVert + \dots + \lVert \overrightarrow{OM_n} \rVert$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$**
0.5	 ▪ **تبيان أن المتتالية (u_n) هندسية :** ▪ لدينا : $u_n = \lvert L_n \rvert = \lvert z_D \times z_n \rvert = \lvert z_D \rvert \times \lvert z_n \rvert = 2\times\frac{1}{2^n}$ ▪ إذن : $u_{n+1} = 2\times\frac{1}{2^{n+1}} = 2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2^n} = \frac{1}{2}\left(2\times\frac{1}{2^n}\right) = \frac{1}{2}u_n$ ▪ أي $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n$ **ومنه (u_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدها الأول** $u_0 = \lvert L_0 \rvert = \lvert -1 + i\sqrt{3} \rvert = 2$
0.5 0.25	▪ **حساب المجموع $S_n = \lVert \overrightarrow{OM_0} \rVert + \lVert \overrightarrow{OM_1} \rVert + \dots + \lVert \overrightarrow{OM_n} \rVert$:** ▪ **لدينا :** $S_n = \lVert \overrightarrow{OM_0} \rVert + \lVert \overrightarrow{OM_1} \rVert + \dots + \lVert \overrightarrow{OM_n} \rVert = u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \times \left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)$ $S_n = 2\times\left(\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}\right) = 4\times\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) = 4 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^n$ $S_n = 4 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ▪ **حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$:** $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = \lim\limits_{n\to+\infty}\left[4 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^n\right] = 4$ لأن $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$
04 نقاط	**☜ التمرين الثاني ☺☺☺**
	الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;2;3), B(0;1;4), C(-1;-3;2)$ و $D(4;-2;5)$ و**الشعاع** $\vec{n} = 2\vec{i} + a\vec{j} + b\vec{k}$ **حيث a, b عددان حقيقيان .** **1. أ) بين أن النقط A, B, C تعين مستويا (ABC) .**
0.25 + 0.25	▪ **تبيان أن النقط A, B, C تعين مستويا :** ▪ لدينا : $\overrightarrow{AB}(-1;-1;1)$ و $\overrightarrow{AC}(-2;-5;-1)$

0.25	لدينا : $\frac{-2}{-1} \neq \frac{-5}{-1} \neq \frac{-1}{1}$ إذن :لا يوجد عدد حقيقي k بحيث يكون ، $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$ ومنه النقط C,B,A ليست في استقامية فهي تعين مستويا.
	ب)عين العددين الحقيقيين b,a بحيث يكون الشعاع $\vec{n}$ ناظميا للمستوي (ABC) ثم عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).
0.5	▪ **تعيين العددين الحقيقيين b,a بحيث يكون الشعاع $\vec{n}$ ناظميا للمستوي (ABC):** ▪ لدينا : $\vec{n}(2;a;b)$ ناظميا للمستوي (ABC) يكافئ $\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}\\ \vec{n}\perp\overrightarrow{AC}\end{cases}$ يكافئ $\begin{cases}\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0\\ \vec{n}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}$ يكافئ $\begin{cases}2\times(-1)-a+b=0\\ 2(-2)-5a-b=0\end{cases}$ يكافئ $\begin{cases}-a+b-2=0...(1)\\ -5a-b-4=0...(2)\end{cases}$ ▪ بالجمع نجد : $-a+b-2-5a-b-4=0$ ومنه $-6a=6$ أي $a=-1$ ▪ من أجل $a=-1$ بالتعويض في المعادلة (1) نجد : $b=1$ أي $\vec{n}(2;-1;1)$ ناظمي للمستوي (ABC)
0.5	▪ **تعيين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC):** ▪ معادلة (ABC) من الشكل $2x-y+z+d=0$ ▪ تعيين قيمة d نعوض بإحداثيات النقطة $A(1;2;3)$ نجد : $2(1)-2+3+d=0$ ومنه $d=-3$ معادلة للمستوي (ABC): $2x-y+z-3=0$
	.2 ليكن المستقيم (Δ) ذي التمثيل الوسيطي: $\begin{cases}x=2-2t\\ y=-1+t;\quad (t\in\mathbb{R})\\ z=4-t\end{cases}$ **أ) بين أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) وأن المستقيم (Δ) عمودي على المستوي (ABC).**
0.25	▪ **تبيان أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ):** ▪ **من أجل** $(x;y;z)=(4;-2;5)$ بالتعويض في الجملة السابقة نجد: $\begin{cases}4=2-2t\\ -2=-1+t\\ 5=4-t\end{cases}$ **ومنه** $\begin{cases}2t=-2\\ t=-1\\ t=-1\end{cases}$ أي $\begin{cases}t=-1\\ t=-1\\ t=-1\end{cases}$ ومنه $D\in(\Delta)$

0.25	▪ تبيان أن المستقيم (Δ) عمودي على المستوي (ABC): ▪ لدينا : $\vec{n}(2;-1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ▪ ولدينا : $\vec{u}(-2;1;-1)$ شعاع توجيه (Δ) ▪ نلاحظ أن : $\vec{n}=-\vec{u}$ ومنه $\vec{n}\parallel\vec{u}$ أي $(\Delta)\perp(ABC)$
	ب) عين إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC):
0.5	▪ تعيين إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC): ▪ إحداثيات النقطة H هي حل للجملة : $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-1+t \\ z=4-t \\ 2x-y+z-3=0 \end{cases}$ ▪ أي $2(2-2t)-(-1+t)+(4-t)-3=0$ ومنه $-6t+6=0$ وبالتالي $t=1$ إذن: $H(0;0;3)$
	ج) أحسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC).
0.5	▪ حساب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC): ▪ لدينا : $d(D,(ABC))=DH=\sqrt{(-4)^2+(2)^2+(3-5)^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ ▪ أو بطريقة أخرى : $d(D,(ABC))=\frac{\lvert 2(4)-(-2)+5-3\rvert}{\sqrt{(2)^2+(-1)^2+(1)^2}}=\frac{\lvert 12\rvert}{\sqrt{6}}=\frac{12\sqrt{6}}{6}=2\sqrt{6}$ $d(D,(ABC))=2\sqrt{6}$
	د) بين أن النقطة H هي مركز ثقل المثلث ABC.
0.25	▪ تبيان أن النقطة H هي مركز ثقل المثلث ABC: ▪ H هي مركز ثقل المثلث ABC يعني $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$ لدينا : $\overrightarrow{HA}\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}+\overrightarrow{HB}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}+\overrightarrow{HC}\begin{pmatrix}-1\\-3\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$ ومنه النقطة H هي مركز ثقل المثلث ABC
	3) أدرس تقاطع المستقيم (Δ) مع المستوي $(O,\vec{i},\vec{j})$.
0.25	▪ دراسة تقاطع المستقيم (Δ) مع المستوي $(O,\vec{i},\vec{j})$: ▪ لدينا معادلة للمستوي $(O,\vec{i},\vec{j})$ هي $z=0$ ومنه شعاع ناظمي له هو $\vec{k}(0;0;1)$ ▪ ولدينا شعاع توجيه للمستقيم (Δ) هو $\vec{u}(-2;1;-1)$. ▪ إذن : $\vec{k}.\vec{u}=0\times(-2)+0\times1+1\times(-1)=-1\neq0$ ومنه (Δ) لا يوازي $(O,\vec{i},\vec{j})$ ▪ أي (Δ) يقطع $(O,\vec{i},\vec{j})$ في نقطة F .

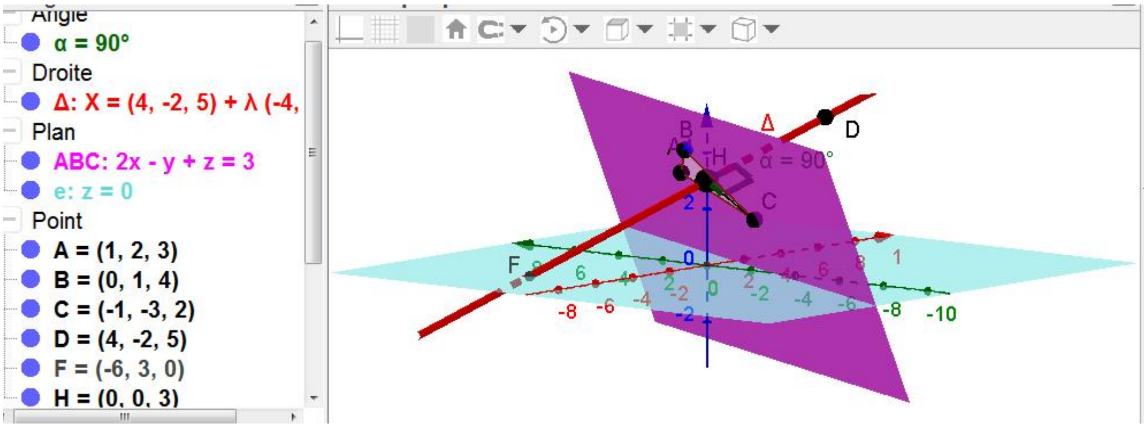
- إحداثيات النقطة F هي حل للجملة : $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-1+t \\ z=4-t \\ z=0 \end{cases}$

أي $4-t=0$ ومنه $t=4$

- من أجل $t=4$ بالتعويض في جملة التمثيل الوسيطي لـ (Δ) نجد :

$\begin{cases} x=-6 \\ y=3 \\ z=0 \end{cases}$ ومنه $F(-6;3;0)$

0.25



التمرين الثالث ☹☺☹ — 04نقاط

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على العدد 5.

- **دراسة بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على العدد 5 :**
- لدينا :

$2^0 \equiv 1[5]$ $\quad 2^1 \equiv 2[5]$ $\quad 2^2 \equiv 4[5]$ $\quad 2^3 \equiv 3[5]$ $\quad 2^4 \equiv 1[5]$

إذن بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على العدد 5 تشكل متتالية دورية دورها $p=4$.

من أجل كل عدد طبيعي k لدينا :

n	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
باقي قسمة العدد 2^n على 5	1	2	4	3

$0.5+0.5$

2) عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $\left(2017^{4n+3}-2\times2016^{8n}+2014^{2n+1}\right)$ على العدد 5 حيث n عدد طبيعي.

- **تعيين باقي القسمة الاقليدية للعدد $\left(2017^{4n+3}-2\times2016^{8n}+2014^{2n+1}\right)$ على 5 :**
- لدينا : $2017^{4n+3} \equiv 2^{4n+3}[5]$ أي $2017^{4n+3} \equiv 3[5]$
- ولدينا : $2016^{8n} \equiv 1^{8n}[5]$ أي $2016^{8n} \equiv 1[5]$
- و $2014^{2n+1} \equiv 4^{2n+1}[5]$ أي $2014^{2n+1} \equiv \left(2^2\right)^{2n+1}[5]$ ومنه $2014^{2n+1} \equiv 2^{4n+2}[5]$

وبالتالي $2014^{2n+1} \equiv 4[5]$

- إذن $2017^{4n+3}-2\times2016^{8n}+2014^{2n+1} \equiv 3-2\times1+4[5]$

ومنه $2017^{4n+3}-2\times2016^{8n}+2014^{2n+1} \equiv 0[5]$

0.75

	أي باقي القسمة الاقليدية للعدد $\left(2017^{4n+3}-2\times2016^{8n}+2014^{2n+1}\right)$ على 5 هو 0
	3) بين أن العدد 131 أولي .
0.5	▪ تبيان أن العدد 131 أولي : لدينا : $\sqrt{131}=11.45$ ▪ العدد 131 لا يقبل القسمة على أي عدد من الاعداد الأولية الأصغر من أوتساوي 11 وهي $\{2;3;5;7;11\}$ $131\equiv10[11],131\equiv5[7],131\equiv1[5],131\equiv2[3],131\equiv1[2]$ ومنه العدد 131 أولي .
	4) عين الأعداد الطبيعة n التي تحقق : $\begin{cases}3m+7d=2^n-48\\ab=5m\end{cases}$ حيث ، $d=PGCD(a,b)$ و $m=PPCM(a,b)$.
0.75	▪ تعيين الأعداد n التي تحقق : $\begin{cases}3m+7d=2^n-48\\ab=5m\end{cases}$ ▪ لدينا $ab=5m$ ولدينا $ab=md$ ومنه $d=5$ ▪ نضع : $a=5a'$ و $b=5b'$ مع $a'\wedge b'=1$ (a' أولي مع b') ▪ إذن $ab=5m$ يعني $5a'\times5b'=5m$ أي $m=5a'b'$ وبالتالي : $3m+7d=2^n-48$ معناه $3\times5a'b'+7\times5=2^n-48$ أي $5(3a'b'+7)=2^n-48$ $3a'b'+7$ طبيعي يعني $2^n-48\equiv0[5]$ ومنه $2^n-3\equiv0[5]$ أي $2^n\equiv3[5]$ وبالتالي : $n=4k+3$ مع $k\in\mathbb{N}$
	5) عين قيم n بحيث يكون ، $7<n<15$ ثم استنتج الثنائيات $(a;b)$.
0.5	▪ تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون ، $7<n<15$: ▪ لدينا : $7<n<15$ معناه $7<4k+3<15$ أي $4<4k<12$ ▪ وبالتالي : $1<k<3$ إذن $k=2$ ومنه $n=11$
0.5	▪ استنتاج الثنائيات $(a;b)$: ▪ من أجل $n=11$ لدينا : $5(3a'b'+7)=2^{11}-48$ ومنه $5(3a'b'+7)=2000$ أي $3a'b'+7=400$ ومنه $a'b'=131$ وبالتالي مجموعة الثنائيات $(a';b')$ $\{(131;1),(1;131)\}$ ومنه مجموعة الثنائيات $(a;b)$ $\{(655;5),(5;655)\}$
(07 نقاط)	**التمرين الرابع ☹☺☺**
	نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(1-2x)e^{2x}$ **نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس** **$(O,\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)**

I. 1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

- **حساب النهايات عند $-\infty$ وعند $+\infty$:**
- $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (1-2x)e^{2x} = \lim_{x\to-\infty}\left(e^{2x}-2xe^{2x}\right) = 0$ لان
  $\lim_{x\to-\infty} e^{2x} = 0,\ \lim_{x\to-\infty} 2xe^{2x} = 0$
- $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(1-2x)e^{2x} = -\infty$ لأن $\lim_{x\to+\infty} e^{2x} = +\infty,\ \lim_{x\to+\infty}(1-2x) = -\infty$

$0.25+0.25$

2) أحسب عبارة $f'(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

- **حساب المشتقة :**
- $f'(x) = -2e^{2x} + (1-2x)\times 2e^{2x} = (-2+2-4x)e^{2x} = -4xe^{2x}$
  $f'(x) = -4xe^{2x}$ من أجل كل عدد حقيقي x

0.25

- **استنتاج اتجاه تغير الدالة f :**
- **جدول اشارة المشتقة :**
  شارة $f'(x)$ من اشارة $-x$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$-x$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

- الدالة f **متزايدة على المجال** $]-\infty;0]$ ومتناقصة على المجال $[0;+\infty[$.

0.25

3) شكل جدول تغيرات الدالة f.

- **جدول تغيرات الدالة f :**

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

0.5

4) حل المعادلة $f(x)=0$ ثم استنتج نقاط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل.

- **حل المعادلة $f(x)=0$:**
- $f(x)=0$ يكافئ $(1-2x)e^{2x}=0$
  يكافئ $1-2x=0$ لان $e^{2x}\neq 0$
  يكافئ $x=\dfrac{1}{2}$
- **استنتاج نقاط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل:**
  $(C_f)\cap(x'x) = \left\{\left(\dfrac{1}{2};0\right)\right\}$

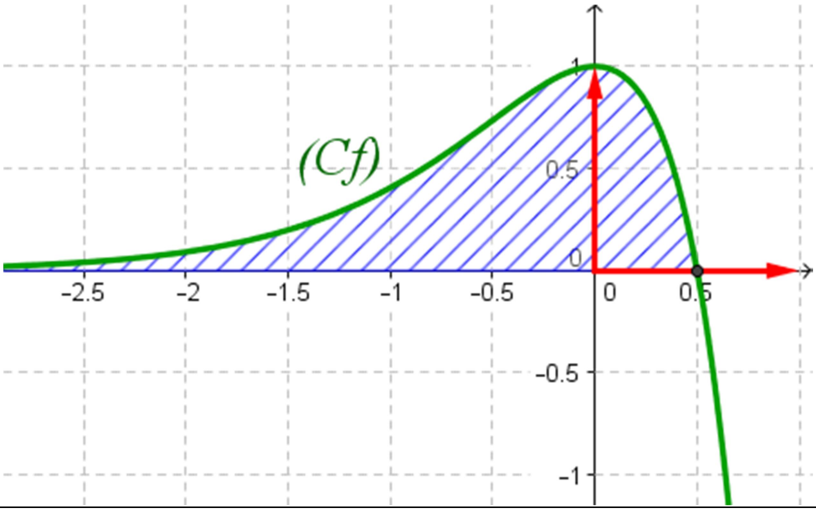
0.25

5) أحسب $f(1)$ ثم أرسم (C_f).

- **حساب $f(1)$:**
- $f(1) = (1-2(1))e^{2\times1} = -e^2 = -7.39$

$0.25+0.5$

- **الرسم :**



6) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $(E): f(x)=f(m)$

01

- **مناقشة حلول المعادلة $(E): f(x)=f(m)$:**
- حلول المعادلة $f(x)=f(m)$ بيانيا هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y=f(m)$ الموازي لحامل محور الفواصل $(x'x)$.

تغير قيم $f(m)$ حسب قيم m

m	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(m)$	0 ↗	1 ↘	0 ↘	$-\infty$

- **المناقشة :**
- إذا كان $f(m)\in]-\infty;0[$ أي $m\in\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ المعادلة تقبل حلا موجبا تماما.
- إذا كان $f(m)=0$ أي $m=\frac{1}{2}$ المعادلة تقبل حلا موجبا $x=\frac{1}{2}$.
- إذا كان $f(m)\in]0;1[$ أي $m\in]-\infty;0[\cup\left]0;\frac{1}{2}\right[$ المعادلة تقبل حلين مختلفين في الاشارة.
- إذا كان $f(m)=1$ أي $m=0$ المعادلة تقبل حلا معدوما مضاعفا.

7) أ) **عين العددين الحقيقيين b,a بحيث تكون الدالة F المعرفة بـ :** $F(x)=(ax+b)e^{2x}$ **دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.**

0.5

- **تعيين العددين الحقيقيين b,a:**

- F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ يعني $F'(x)=f(x)$

أي $ae^{2x}+(ax+b)\times 2e^{2x}=(1-2x)e^{2x}$ ومنه $(2ax+a+2b)e^{2x}=(1-2x)e^{2x}$

بالمطابقة نجد $\begin{cases}2a=-2\\a+2b=1\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}a=-1\\b=1\end{cases}$

أي $\boxed{F(x)=(-x+1)e^{2x}}$

	ب) أحسب بـ cm^2 و بدلالة λ المساحة $S(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=\frac{1}{2}, y=0$ و $x=\lambda$ حيث $\lambda<\frac{1}{2}$ ثم أحسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} S(\lambda)$.
0.5	▪ حساب $S(\lambda)$: f دالة مستمرة وموجبة على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ وبالتالي : $S(\lambda)=\int_{\lambda}^{\frac{1}{2}} f(x)dx=\left[F(x)\right]_{\lambda}^{\frac{1}{2}}=\left[(-x+1)e^{2x}\right]_{\lambda}^{\frac{1}{2}}=\left(-\frac{1}{2}+1\right)e-(-\lambda+1)e^{2\lambda}$ أي $S(\lambda)=\left(\frac{1}{2}e+\lambda e^{2\lambda}-e^{2\lambda}\right)\times us=\left(\frac{1}{2}e+\lambda e^{2\lambda}-e^{2\lambda}\right)\times 4cm^2$ ومنه $S(\lambda)=\left(2e+4\lambda e^{2\lambda}-4e^{2\lambda}\right)cm^2$
0.25	▪ حساب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} S(\lambda)$: $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} S(\lambda)=\lim\limits_{\lambda\to-\infty}\left(2e+4\lambda e^{2\lambda}-4e^{2\lambda}\right)=(2e)cm^2$ لان $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} 4\lambda e^{2\lambda}=0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{2\lambda}=0$
	II. نسمي $f'=f^{(1)}, f''=f^{(2)}, f'''=f^{(3)},\dots,f^{(n)}$ المشتقات المتتابعة للدالة f. 1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $f^{(n)}(x)=2^n(1-n-2x)e^{2x}$.
0.75	▪ البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $f^{(n)}(x)=2^n(1-n-2x)e^{2x}$ - نسمي $P(n)$ هذه الخاصية . 1) من أجل $n=1$ لدينا : $f^{(1)}(x)=2^1(1-1-2x)e^{2x}=-4xe^{2x}=f'(x)$ ومنه $P(1)$ صحيحة . 2) نفرض صحة $P(n)$ أي نفرض أن $f^{(n)}(x)=2^n(1-n-2x)e^{2x}$ ونبرهن على صحة $P(n+1)$ أي نبرهن أن $f^{(n+1)}(x)=2^{n+1}(1-(n+1)-2x)e^{2x}=2^{n+1}(-n-2x)e^{2x}$ - لدينا : $f^{(n+1)}(x)=\left(f^{(n)}(x)\right)'=2^n\times\left[-2e^{2x}+(1-n-2x)\times 2e^{2x}\right]$ ومنه $f^{(n+1)}(x)=2^n(-2+2-2n-4x)e^{2x}=2^n\times 2(-n-2x)e^{2x}$ أي : $f^{(n+1)}(x)=2^{n+1}(-n-2x)e^{2x}$ ومنه $P(n+1)$ صحيحة. 3) حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإن $P(n)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم.
	2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n المنحنى $\left(C_{f^{(n)}}\right)$ الممثل للدالة $f^{(n)}$ حيث $f^{(n)}$ الدالة المشتقة من الرتبة n للدالة f يقبل مماسا يوازي حامل محور الفواصل في النقطة $M_n(x_n;y_n)$. أ) أحسب بدلالة n كلا من x_n و y_n .

$0.25+0.25$	▪ حساب x_n و y_n بدلالة n: - $\left(C_{f^{(n)}}\right)$ يقبل مماسا يوازي $(x'x)$ يعني $f^{(n+1)}(x)=0$ أي $2^{n+1}(-n-2x)e^{2x}=0$ ومنه $-n-2x=0$ وبالتالي $x=-\frac{1}{2}n$ أي $x_n=-\frac{1}{2}n$ من أجل $x=-\frac{1}{2}n$ لدينا : $y_n=f^{(n)}\left(-\frac{1}{2}n\right)=2^n\left(1-n-2\left(-\frac{1}{2}n\right)\right)e^{2\left(-\frac{1}{2}n\right)}=2^ne^{-n}=\left(2e^{-1}\right)^n$ أي $y_n=\left(2e^{-1}\right)^n$
	ب) بين أن المتتالية (x_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n$.
0.5	▪ تبيان أن (x_n) متتالية حسابية : - لدينا : $x_{n+1}-x_n=-\frac{1}{2}(n+1)-\left(-\frac{1}{2}n\right)=-\frac{1}{2}n-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}n=-\frac{1}{2}$ ومنه (x_n) متتالية حسابية أساسها $r=-\frac{1}{2}$ وحدها الأول $x_0=0$. - حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n$: $\lim\limits_{n\to+\infty}x_n=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\frac{1}{2}n\right)=-\infty$
	ج) بين أن المتتالية (y_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} y_n$
0.5	▪ تبيان أن المتتالية (y_n) هندسية : - لدينا : $y_n=\left(2e^{-1}\right)^n$ ومنه $y_{n+1}=\left(2e^{-1}\right)^{n+1}=2e^{-1}\times\left(2e^{-1}\right)^n=2e^{-1}\times y_n$ ومنه (y_n) هندسية أساسها $q=2e^{-1}$ وحدها الأول $y_0=1$. - حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} y_n$: $\lim\limits_{n\to+\infty}y_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(2e^{-1}\right)^n=0$ لأن $-1<2e^{-1}<1$


✌انتهى تصحيح الموضوع الثاني ❀ بالتوفيق ☺ والنجاح ☺☺ في البكالوريا 2015 ❀