ثانوية بلحاج قاسم نورالدين الشلف التاريخ : 30/ 04 / 2015 السنة الدراسية: 2014 / 2015

المستوى: 3 ثانوي الشعبة: رياضيات الموضوع الثاني

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول ☹☺☹(05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية :
$\left(z^2+2z+4\right)\left(z^2-2\sqrt{3}z+4\right)=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط C,B,A و D التي لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}+i$, $z_B=\overline{z_A}$, $z_C=-1-\mathrm{i}\sqrt{3}$ و $z_D=\overline{z_C}$.

أ) أكتب الأعداد المركبة z_A, z_B, z_C و z_D على الشكل الأسي .

ب) بين أن النقط C,B,A و D تنتمي الى نفس الدائرة (C) يطلب تعيين عناصرها .

ج) بين أنَ : $\dfrac{z_D-z_B}{z_A-z_C}=i$ ثم عين قيسا للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{BD}\right)$.

ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (AC) و (BD)؟

3) نعتبر العدد المركب z_n الذي طويلته $\dfrac{1}{2^n}$ و $\dfrac{2n\pi}{3}$ عمدة له ، حيث n عدد طبيعي .

ونعرف العدد المركب L_n بـ : $L_n=z_D\times z_n$.

أ) أكتب كلا من العددين L_1, L_0 على الشكل الجبري .

ب) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_n=\left|L_n\right|$ من أجل كل عدد طبيعي n.

- بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
- لتكن النقط $M_n,...,M_1,M_0$ صور الأعداد المركبة $L_n,...,L_1,L_0$ على الترتيب .

أحسب بدلالة n المجموع ، $S_n=\left\|\overrightarrow{OM_0}\right\|+\left\|\overrightarrow{OM_1}\right\|+...+\left\|\overrightarrow{OM_n}\right\|$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$

التمرين الثاني ☺☹☺ (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $A(1;2;3)$, $B(0;1;4)$, $C(-1;-3;2)$ و $D(4;-2;5)$ و الشعاع $\vec{n}=2\vec{i}+a\vec{j}+b\vec{k}$ حيث b,a عددان حقيقيان .

1. أ) بين أن النقط C,B,A تعين مستويا (ABC) .

ب)عين العددين الحقيقيين b,a بحيث يكون الشعاع $\vec{n}$ ناظميا للمستوي (ABC) ثم عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2. ليكن المستقيم (Δ)ذي التمثيل الوسيطي: $\begin{cases}x=2-2t\\ y=-1+t; & (t\in\mathbb{R})\\ z=4-t\end{cases}$

أ) بين أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ)وأن المستقيم (Δ)عمودي على المستوي (ABC).

ب) عين إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC).

ج) أحسب المسافة بين النقطة Dوالمستوي (ABC).

د) بين أن النقطة H هي مركز ثقل المثلث ABC.

3. أدرس تقاطع المستقيم (Δ) مع المستوي $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

☝ التمرين الثالث ☹☹☹ (04 نقاط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على العدد 5.

2) عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $\left(2017^{4n+3}-2\times 2016^{8n}+2014^{2n+1}\right)$ على العدد 5 حيث n عدد طبيعي.

3) بين أن العدد 131 أولي .

4) عين الأعداد الطبيعة n التي تحقق : $\begin{cases} 3m+7d=2^n-48 \\ ab=5m \end{cases}$

حيث ، $d=PGCD\left(a,b\right)$ و $m=PPCM\left(a,b\right)$.

5) عين قيم n بحيث يكون ، $7<n<15$ ثم استنتج الثنائيات $\left(a;b\right)$.

☝ التمرين الرابع☹ ☺☹ (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f\left(x\right)=\left(1-2x\right)e^{2x}$

نسمي $\left(C_f\right)$ المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.(وحدة الطول $2cm$)

I. 1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2) أحسب عبارة $f'\left(x\right)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

3) شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) حل المعادلة $f\left(x\right)=0$ ثم استنتج نقاط تقاطع $\left(C_f\right)$ مع محور الفواصل.

5) أحسب $f\left(1\right)$ ثم أرسم $\left(C_f\right)$.

6) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :
$\left(E\right):f\left(x\right)=f\left(m\right)$

7) أ) عين العددين الحقيقيين b,a بحيث تكون الدالة F المعرفة بـ : $F\left(x\right)=\left(ax+b\right)e^{2x}$ دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

ب) أحسب بـ cm^2 و بدلالة λ المساحة $S\left(\lambda\right)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني $\left(C_f\right)$ و المستقيمات التي معادلاتها : $x=\frac{1}{2}, y=0$ و $x=\lambda$ حيث $\lambda<\frac{1}{2}$ ثم أحسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty}S\left(\lambda\right)$.

II. نسمي $f'=f^{(1)}, f''=f^{(2)}, f'''=f^{(3)},\dots,f^{(n)}$ المشتقات المتتابعة للدالة f .

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $f^{(n)}\left(x\right)=2^n\left(1-n-2x\right)e^{2x}$.

2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n المنحني $\left(C_{f^{(n)}}\right)$ الممثل للدالة $f^{(n)}$ حيث $f^{(n)}$ الدالة المشتقة من الرتبة n للدالة f يقبل مماسا يوازي حامل محور الفواصل في النقطة $M_n\left(x_n;y_n\right)$.

أ) أحسب بدلالة n كلا من x_n و y_n .

ب) بين أن المتتالية $\left(x_n\right)$ حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}x_n$.

ج) بين أن المتتالية $\left(y_n\right)$ هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}y_n$

✌بالتوفيق و النجاح ☹في البكالوريا☺☺ جوان 2015 ❁أستاذ المادة