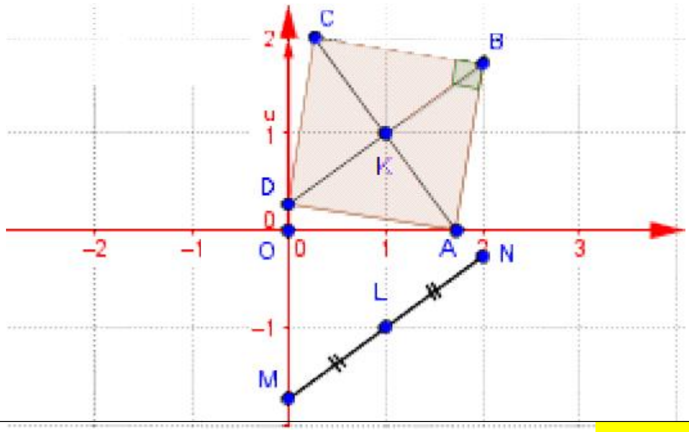
# ☜ تصحيح الموضوع التجريبي الثاني — الشعبة : علوم تجريبية BAC 2015

| التصحيح | العلامة |
|---|---|
| ☜ **التمرين الأول :** | **04.5 نقطة** |
| **1) الحل في $\mathbb{C}$ للمعادلة ذات المجهول المركب $z$ : $z^2-2z+2=0$**<br>- حساب المميز : $\Delta=(-2)^2-4(1)(2)=4-8=-4=4i^2=(2i)^2$<br>- المعادلة تقبل حلين هما : $z_1=\frac{2+2i}{2}=1+i$ و $z_2=\overline{z_1}=1-i$<br>- مجموعة الحلول $S=\{1-i,1+i\}$ | **3*0.25** |
| **2) لدينا :** $z_M=-i\sqrt{3}, z_L=1-i, z_K=1+i$<br>- **تعليم النقط :**<br> | **3*0.25** |
| **3) أ) التحقق أن $z_N=2+i\left(\sqrt{3}-2\right)$ :**<br>- لدينا : القطة $N$ نظيرة النقطة $M$ بالنسبة الى $L$ يعني $L$ منتصف $[MN]$<br>ومنه $2z_L=z_M+z_N$<br>أي $2z_L-z_M=z_N$ وبالتالي $z_N=2(1-i)+i\sqrt{3}=2+i\left(\sqrt{3}-2\right)$ | **0.25** |
| **ب) تعيين لاحقتي النقطتين $A$ و $C$ :**<br>- **العبارة المركبة للدوران $r$ :**<br>$z'-z_O=e^{i\frac{\pi}{2}}(z-z_O)$ أي $z'=iz$ | **0.25** |
| - **حساب $z_A$ :**<br>$r(M)=A$ معناه $z_A=\sqrt{3}$ $z_A=iz_M=i\left(-i\sqrt{3}\right)=\sqrt{3}$ | **0.25** |
| - **حساب $z_C$ :**<br>$r(N)=C$ معناه $z_C=iz_N=i\left(2+i\left(\sqrt{3}-2\right)\right)=2i-\sqrt{3}+2$<br>ومنه $z_C=2-\sqrt{3}+2i$ | **0.25** |
| **ج) تعيين لاحقتي النقطتين $B$ , $D$ :**<br>- العبارة المركبة للانسحاب $t$ هي $z'=z+2i$<br>- لدينا : $t(N)=B$ يعني $z_B=z_N+2i=2+i\sqrt{3}-2i+2i=2+i\sqrt{3}$<br>- **ولدينا :** $t(M)=D$ يعني $z_D=z_M+2i=-i\sqrt{3}+2i=\left(2-\sqrt{3}\right)i$ | **3*0.25** |

| | |
|---|---|
| **0.25** | **4) أ) تبيان أن النقطة $K$ هي منتصف كلا من القطعتين المستقيمتين $[DB]$ و $[AC]$:**<br>- لدينا : $\frac{z_B+z_D}{2}=\frac{2+i\sqrt{3}+2i-i\sqrt{3}}{2}=1+i=z_K$<br>- ولدينا : $\frac{z_A+z_C}{2}=\frac{\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+2i}{2}=1+i=z_K$<br>ومنه النقطة $K$ هي منتصف كلا من القطعتين المستقيمتين $[DB]$ و $[AC]$ |
| **0.5** | **ب) تبيان أن** $\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}=i$ :<br>- لدينا : $\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}=\frac{2-\sqrt{3}+2i-1-i}{2+i\sqrt{3}-1-i}=\frac{1-\sqrt{3}+i}{1+\left(\sqrt{3}-1\right)i}$<br>أي $\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}=\frac{\left(\sqrt{3}-1\right)i^2+i}{1+\left(\sqrt{3}-1\right)i}=\frac{i\left(1+\left(\sqrt{3}-1\right)i\right)}{1+\left(\sqrt{3}-1\right)i}=i$<br>ومنه $\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}=i$ |
| 0.5 | - **استنتاج طبيعة الرباعي $ABCD$ :**<br>- قطرا الرباعي $ABCD$ متناصفان لان $K$ هي منتصف كلا من القطعتين المستقيمتين $[DB]$ و $[AC]$.<br>- ولدينا : $\left(\overrightarrow{KB},\overrightarrow{KC}\right)=\frac{\pi}{2}$ أي قطراه متعامدان.<br>إذن **الرباعي $ABCD$ مربع** |
| **04.5نقطة** | ☜ **التمرين الثاني :** |
| | **I.** **لدينا :** $u_0=\frac{1}{3}$ **ومن أجل كل عدد طبيعي $n$،** $u_{n+1}=\frac{3}{2}\left[1-\frac{1}{1+2u_n}\right]$ |
| 0.25<br><br><br><br>0.25<br><br>0.25 | **1) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $0<u_n<1$:**<br>- نسمي $P(n)$ الخاصية من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $0<u_n<1$<br>**1) نتحقق من صحة** p(0) : لدينا $u_0=\frac{1}{3}$ و $0<\frac{1}{3}<1$ ومنه $P(0)$ صحيحة .<br>**2) نفرض صحة** $P(n)$ أي $0<u_n<1$ من أجل كل عدد طبيعي $n$ ( فرضية التراجع)<br>ونبرهن على صحة $P(n+1)$ أي $0<u_{n+1}<1$. من أجل كل عدد طبيعي $n$<br>- لدينا: $0<u_n<1$ **ومنه** $1<1+2u_n<3$ **ومنه** $\frac{1}{3}<\frac{1}{1+2u_n}<1$<br>ومنه $-1<-\frac{1}{1+2u_n}<-\frac{1}{3}$ **ومنه** $0<1-\frac{1}{1+2u_n}<\frac{2}{3}$<br>**ومنه** $0<\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{1+2u_n}\right)<\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}$ **ومنه** $0<u_{n+1}<1$ ومنه $P(n+1)$ صحيحة .<br>- **حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فان** $0<u_n<1$ من أجل كل عدد طبيعي $n$ |

| | |
|---|---|
| 2) أ) **التحقق من أن** $u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n(1-u_n)}{1+2u_n}$ :<br>- لدينا : $u_{n+1}-u_n=\frac{3}{2}\left[1-\frac{1}{1+2u_n}\right]-u_n=\frac{3}{2}\left(\frac{1+2u_n-1}{1+2u_n}\right)-u_n$<br>ومنه $u_{n+1}-u_n=\frac{3\times 2u_n}{2(1+2u_n)}-u_n=\frac{3u_n}{1+2u_n}-u_n=\frac{3u_n-u_n-2u_n^2}{1+2u_n}$<br>أي $u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n-2u_n^2}{1+2u_n}=\frac{2u_n(1-u_n)}{1+2u_n}$<br>$u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n(1-u_n)}{1+2u_n}$ | 0.5 |
| - **استنتاج اتجاه تغير المتتالية** $(u_n)$:<br>ندرس إشارة الفرق $u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n(1-u_n)}{1+2u_n}$<br>من أجل كل عدد طبيعي $n$ لدينا: $0<u_n<1$<br>- إشارة الفرق من إشارة $1-u_n$ لان $2u_n>0$ و $1+2u_n>0$<br>**من أجل** $0<u_n<1$ فإن $0<1-u_n<1$<br>أي $1-u_n>0$ ومنه $(u_n)$ متزايدة تماما . | 0.5 |
| **ب) تبيان أن المتتالية** $(u_n)$ متقاربة :<br>- بما أن المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة .<br>- حساب نهايتها :<br>نضع $\lim_{n\to+\infty}u_{n+1}=\lim_{n\to+\infty}u_n=l$ ومنه $\lim_{n\to+\infty}u_{n+1}=\lim_{n\to+\infty}\frac{3}{2}\left[1-\frac{1}{1+2u_n}\right]$<br>أي $l=\frac{3}{2}\left[1-\frac{1}{1+2l}\right]$ ومنه $2l=3-\frac{3}{1+2l}$<br>إذن: $2l(1+2l)=3(1+2l)-3$ ومنه $2l+4l^2=3+6l-3$<br>وبالتالي: $4l(l-1)=0$<br>**إما** $l=0$ أو $l=1$ وبالتالي $\lim_{n\to+\infty}u_n=1$ | 0.25+0.5 |
| **.II** **لدينا :** $v_n=-\frac{u_n-1}{2u_n}$ | |

| | |
|---|---|
| 0.5<br><br>2*0.25 | أ)تبيان أن المتتالية $(v_n)$ هندسية :<br>- لدينا : $v_{n+1}=-\dfrac{u_{n+1}-1}{2u_{n+1}}=\dfrac{1-u_{n+1}}{2u_{n+1}}=\dfrac{1-\frac{3}{2}\left[1-\frac{1}{1+2u_n}\right]}{2\times\frac{3}{2}\left[1-\frac{1}{1+2u_n}\right]}$ ومنه<br>أي $v_{n+1}=\dfrac{1-\frac{3}{2}\left(\frac{2u_n}{1+2u_n}\right)}{3\left(\frac{2u_n}{1+2u_n}\right)}=\dfrac{\frac{1+2u_n-3u_n}{1+2u_n}}{\frac{6u_n}{1+2u_n}}=\dfrac{1-u_n}{3\times 2u_n}$<br>$v_{n+1}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1-u_n}{2u_n}=\dfrac{1}{3}v_n$<br>ومنه $(v_n)$ هندسية أساسها $q=\dfrac{1}{3}$ وحدها الأول $v_0=\dfrac{-u_0+1}{2u_0}=\dfrac{-\frac{1}{3}+1}{2\times\frac{1}{3}}=\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}}=1$ |
| 0.25 | ب)كتابة عبارة الحد العام $v_n$ بدلالة $n$:<br>- لدينا : $v_n=v_0\times q^n=1\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^n=\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ |
| 0.25 | - استنتاج عبارة $u_n$ بدلالة $n$:<br>لدينا : $v_n=-\dfrac{u_n-1}{2u_n}$ ومنه $2u_nv_n=1-u_n$ أي $2u_nv_n+u_n=1$<br>أي $u_n(2v_n+1)=1$ وبالتالي $u_n=\dfrac{1}{2v_n+1}$ ومنه $u_n=\dfrac{1}{2\left(\frac{1}{3}\right)^n+1}$ |
| 0.25 | - حساب نهاية المتتالية $(u_n)$:<br>لدينا : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=1$ $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{2\left(\frac{1}{3}\right)^n+1}=1$ لان $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n=0$ |
| 0.25 | ج) حسب المجموع :<br>$S_n=v_0+v_1+\dots+v_n=v_0\times\left(\dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)=1\left(\dfrac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{3}}\right)=\dfrac{3}{2}\left(1-\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n\right)$<br>أي $S_n=\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ |

| 04 نقاط | ☜ **التمرين الثالث :** |
|---|---|
| | ▪ لدينا : $A(12;7;-13)$ ، $B(3;1;2)$ ، $\vec{n}(3;2;-5)$ و $(P'): x+y-2z=0$ |
| 0.25<br><br>0.25<br><br>0.25<br><br>0.25 | **1) تبيان أن $(P)$ و $(P')$ متقاطعان وفق مستقيم يشمل النقطة $B$ و $\vec{u}(1;1;1)$ شعاع توجيه له**<br>لدينا : $\vec{n}(3;2;-5)$ شعاع ناظمي للمستوي $(P)$<br>و $\vec{n'}(1;1;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي $(P')$<br>لدينا $\frac{2}{1} \neq \frac{3}{1}$ أي لا يوجد عدد حقيقي $k$ حيث $\vec{n}=k\vec{n'}$ ومنه $(P)$ و $(P')$ متقاطعان وفق مستقيم<br>- **تبيان أن مستقيم تقاطعهما يشمل $B$ و $\vec{u}(1;1;1)$ شعاع توجيه له**<br>- لدينا: $B\in(P)$ و $3+1-2(2)=0$ أي $B\in(P')$.<br>- ولدينا من جهة أخرى : $\vec{u}.\vec{n}_{(P)}=1\times3+1\times2+1\times(-5)=5-5=0$<br>و $\vec{u}.\vec{n}_{(P')}=1\times1+1\times1+1\times(-2)=2-2=0$<br>أي $\vec{u}$ عمودي على كل من الشعاعين $\vec{n}_{(P)}$ و $\vec{n}_{(P')}$ .<br>**ومنه $\vec{u}$ شعاع توجيه لمستقيم تقاطع $(P)$ و $(P')$** |
| 0.25<br><br>0.25 | **2) اثبات أن النقطة $B$ هي المسقط العمودي للنقطة $A$ على المستوي $(P)$:**<br>- لدينا $B\in(P)$ و $\overrightarrow{AB}(-9;-6;15)$ أي $\overrightarrow{AB}=-3\vec{n}_{(P)}$<br>**ومنه النقطة $B$ هي المسقط العمودي للنقطة $A$ على المستوي $(P)$** |
| | **3) لدينا : تمثيل وسيطي للمستوي** $(Q)$: $(Q):\begin{cases}x=2t-2\alpha+6\\ y=2t+3\alpha+5;\quad (t;\alpha)\in\mathbb{R}^2\\ z=2t-6\end{cases}$ |
| 0.25<br>0.25<br><br>0.25 | **أ) اثبات أن $(P)$ و $(Q)$ متوازيان :**<br>- شعاعي توجيه للمستوي $(Q)$ : $\vec{u_Q}(2;2;2)$ و $\vec{v_Q}(-2;3;0)$<br>$\vec{u}_Q.\vec{n_P}=2\times3+2\times2+2\times(-5)=10-10=0$<br>و $\vec{v}_Q.\vec{n_P}=-2\times3+3\times2+0\times(-5)=-6+6=0$<br>أي $\vec{n_P}$ عمودي على كل من الشعاعين $\vec{u_Q}$ و $\vec{v_Q}$ ومنه **$(P)$ و $(Q)$ متوازيان** |
| 0.5 | **ب) التحقق أن المعادلة $3x+2y-5z=58$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(Q)$:**<br>- لدينا : $3(2t-2\alpha+6)+2(2t+3\alpha+5)-5(2t-6)=6t-6\alpha+18+4t+6\alpha+10-10t+30$<br>أي $3(2t-2\alpha+6)+2(2t+3\alpha+5)-5(2t-6)=58$<br>**ومنه $3x+2y-5z=58$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(Q)$** |
| 0.25 | **ج) التحقق أن النقطة $I$ تنتمي الى المستوي $(Q)$:**<br>لدينا : $I$ منتصف القطعة $[AB]$ يعني $I\left(\frac{15}{2};4;-\frac{11}{2}\right)$<br>- بالتعويض في معادلة $(Q)$ نجد : $3\left(\frac{15}{2}\right)+2(4)-5\left(-\frac{11}{2}\right)=\frac{45}{2}+\frac{16}{2}+\frac{55}{2}=\frac{116}{2}=58$ |

| | |
|---|---|
| ومنه $I \in (Q)$ | |
| ▪ لستنتاج أن المستوى $(Q)$ هو المستوي المحوري للقطعة $[AB]$:<br>لدينا $I \in (Q)$ و لدينا $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{n_{(P)}}$ أي $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{n_{(P)}}$<br>ومنه $(Q)$ هو المستوي المحوري للقطعة $[AB]$ | 0.25 |
| 4) لدينا : $(S)$ مجموعة النقط $M$ من الفضاء حيث ، $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$ .<br>أ) تبيان أن $(S)$ هي سطح كرة :<br>لدينا : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$ يعني $(S)$ سطح كرة أحد أقطارها القطعة $[AB]$.<br>أي مركز سطح الكرة هو $I$ منتصف القطعة $[AB]$ .<br>ونصف قطرها $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(-9)^2+(-6)^2+(15)^2}}{2} = \frac{\sqrt{432}}{2}$ | 0.25<br>0.25 |
| ب) تبيان أن المستوي $(Q)$ يقطع $(S)$ وفق دائرة :<br>- لدينا: $I \in (Q)$ وبالتالي $(Q)$ يقطع $(S)$ وفق دائرة مركزها $I$ ونصف قطرها $R$. | 0.25 |
| ☜ **التمرين الرابع :** | **07 نقاط** |
| **I.** لدينا : $g(x) = (x-1)e^{-x} + 2$ | |
| **1)** دراسة تغيرات الدالة $g$: | |
| ▪ حساب النهايات :<br>$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty}\left[(x-1)e^{-x}+2\right] = -\infty$ لان $\lim_{x\to-\infty}(x-1) = -\infty$ ، $\lim_{x\to-\infty} e^{-x} = +\infty$<br>$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty}\left[(x-1)e^{-x}+2\right] = \lim_{x\to+\infty}\left(xe^{-x} - e^{-x} + 2\right) = 2$<br>لان $\lim_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$ ، $\lim_{x\to+\infty} e^{-x} = 0$ | **0.25**<br>**0.25** |
| ▪ حسلب المشتقة :<br>$g'(x) = e^{-x} + (x-1)(-e^{-x}) = (2-x)e^{-x}$ | **0.25** |
| ▪ دراسة اشارة $g'(x)$:<br>$g'(x) = 0$ يعني $2 - x = 0$ ومنه $x = 2$<br>اشارة $g'(x)$ من اشارة $2-x$ لان $e^{-x} > 0$<br><br>$x$: $-\infty$ ، $2$ ، $+\infty$<br>$2-x$: $+$ ، $0$ ، $-$<br>$g'(x)$: $+$ ، $0$ ، $-$ | **0.25**<br>**0.25** |
| | |

- جدول تغيرات الدالة $g$ :

**0.25**

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $2+e^{-2}$ | $\searrow$ | $2$ |

**2) أ) تعليل وجود عدد حقيقي $\sim$ حيث $-0.38<\sim<-0.36$ و يحقق $g(\sim)=0$ :**

**0.25**

- لدينا : $g$ دالة مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $]-0.38;-0.36[$ و لدينا :

**0.25**

$g(-0.38)\simeq-0.02$ و $g(-0.36)\simeq 0.05$

أي $g(-0.38)\times g(-0.36)<0$

**0.25**

حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\sim$ حيث $-0.38<\sim<-0.36$

**ب) لستنتاج لشارة $g(x)$ :**

**0.25**

| $x$ | $-\infty$ | | $\sim$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

**.II** لدينا : $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ ومعرفة على $D_f=\mathbb{R}=]-\infty;+\infty[$

**1) تبيان أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ :**

**0.25**

- لدينا : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x+1-xe^{-x}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}x\left(2+\frac{1}{x}-e^{-x}\right)=+\infty$

لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-e^{-x}\right)=-\infty$

**0.25**

- ولدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2x+1-xe^{-x}\right)=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x+1)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-xe^{-x}\right)=0$

**2) أ) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x)=g(x)$ :**

**0.25**

- لدينا : $f'(x)=2-\left(e^{-x}-xe^{-x}\right)=2+(x-1)e^{-x}=(x-1)e^{-x}+2$

أي $f'(x)=g(x)$

**ب) لستنتاج إشارة $f'(x)$ :**

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ :

**0.25**

| $x$ | $-\infty$ | | $\sim$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

- جدول تغيرات الدالة $f$ :

**0.25**

| $x$ | $-\infty$ | | $\sim$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | | | $+$ $0$ $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $f(\sim)$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**ج) تبيان أن $f(\sim)=2\sim+3+\frac{2}{\sim-1}$ :**

**0.25**

لدينا $g(\sim)=0$ يعني $(\sim-1)e^{-\sim}+2=0$ ومنه $e^{-\sim}=-\dfrac{2}{\sim-1}$

أي $\dfrac{2\sim-2+2}{\sim-1}$ $f(\sim)=2\sim+1-\sim\left(-\dfrac{2}{\sim-1}\right)=2\sim+1+\dfrac{2\sim}{\sim-1}=2\sim+1+\dfrac{2\sim-2+2}{\sim-1}$

ومنه $f(\sim)=2\sim+3+\dfrac{2}{\sim-1}$

---

**0.25**

- ايجاد حصر للعدد $f(\sim)$ :

لدينا: $-0.38<\sim<-0.36$ ومنه $2(-0.38)+3<2\sim+3<2(-0.36)+3$

أي $2.24<2\sim+3<2.28$

ولدينا: $-1.38<\sim-1<-1.36$ ومنه $\dfrac{2}{-1.38}<\dfrac{2}{\sim-1}<\dfrac{2}{-1.36}$

أي $2.28-\dfrac{2}{1.38}<2\sim+3+\dfrac{2}{\sim-1}<2.24-\dfrac{2}{1.36}$ وبالتالي $0.77<f(\sim)<0.83$

---

**0.25**

3) تبيان أن المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها :

- لدينا : $f''(x)=g'(x)=(2-x)e^{-x}$

| $x$ | $-\infty$ | 2 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | + | 0 | − |

- المشتقة الثانية $f''(x)$ تنعدم من أجل $x=2$ مغيرة إشارتها ومنه النقطة $A(2;5-2e^{-2})$ نقطة إنعطاف

---

**0.25**

4) أ) تبيان أن المستقيم $(d):y=2x+1$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$:

$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(2x+1)]=\lim_{x\to+\infty}(-xe^{-x})=0$ ومنه $(d)$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$.

- دراسة الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ بالنسبة الى $(d)$:

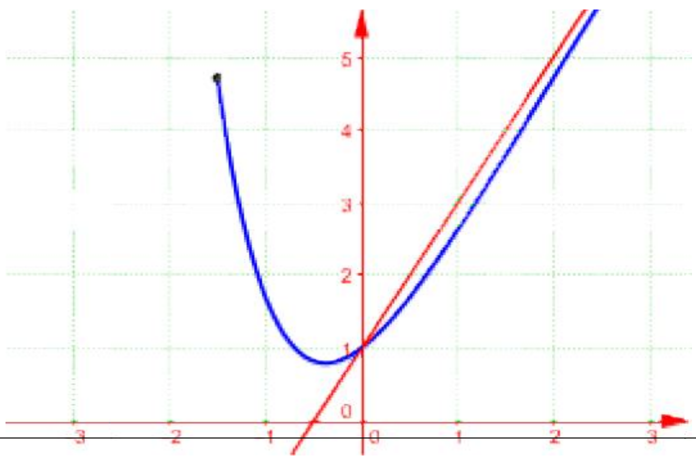
**0.25**

| $x$ | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)-(2x+1)$ | + | 0 | − |
| الوضع النسبي | $(C_f)$ فوق $(d)$ | $(C_f)$ يقطع $(d)$ | $(C_f)$ تحت $(d)$ |

---

**0.25 + 0.25**

ب) الرسم :



| | |
|---|---|
| | |

**5)** لدينا : $h(x)=f\left(x^2e^x\right)$

- **حسب** $h'(x)$: لدينا $h'(x)=\left(x^2e^x\right)'\times f'\left(x^2e^x\right)$

- أي $h'(x)=\left(x^2+2x\right)e^x\times g\left(x^2e^x\right)$

- إشارة $h'(x)$ من إشارة $x^2+2x$ لأن $e^x>0$ و $g\left(x^2e^x\right)>0$

- **جدول إشارة** $h'(x)$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2+2x$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $h'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

**0.25**

**0.25**

- **جدول تغيرات الدالة** $h$:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $h(x)$ | $1$ | $\nearrow$ | $h(-2)$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**0.25+0.25**

**6)** لدينا : $k(x)=(ax+b)e^{-x}$ مع $(a;b)\in\mathbb{R}^2$

**أ) تعيين العددين الحقيقيين** $a,b$ **حتى تكون الدالة** $k$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto -xe^{-x}$

- لدينا : $k'(x)=-xe^{-x}$

إذن : $k'(x)=ae^{-x}+(ax+b)\times\left(-e^{-x}\right)=(-ax+a-b)e^{-x}$

- بالمطابقة نجد : $\begin{cases}-a=-1\\ a-b=0\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}a=1\\ b=a=1\end{cases}$ إذن $k(x)=(x+1)e^{-x}$

**0.25**

**0.25**

**ب) استنتاج دالة أصلية للدالة** $f$ **على** $\mathbb{R}$ :

- لدينا : $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ ومنه دالة أصلية للدالة $f$ **على** $\mathbb{R}$ هي :

$F(x)=x^2+x+(x+1)e^{-x}$

**0.25**

**انتهى تصحيح الموضوع التجريبي الثاني**

**✌ بالتوفيق ☺ و النجاح في البكالوريا ☺ جوان 2015 ❀**