

بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

شعبة : 3 علوم و تكنولوجيا

المدة : 3 ساعات و نصف

اختر أحد الموضوعين بنمهل و مروية مع مراعاة الدقة و وضوح الخط

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقط)

لتكن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بـ : $\begin{cases} u_0 = e \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n} \end{cases}$

1- أثبت بالتراجع أن : $u_n > 1$ من أجل كل عدد طبيعي n
2- أدرس رتبة المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة .

3- لتكن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بـ : $v_n = \ln(u_n)$
أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) أكتب v_n ثم u_n بدلالة n

ج) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

د) نضع : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ و $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_{n-1}$ أحسب S_n بدلالة n ثم استنتج P_n بدلالة n

التمرين الثاني : (04 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

لتكن (S) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ بحيث : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z + 1 = 0$

نعتبر النقط : $A(-2, 0, 0)$ و $B(3, 2, -4)$ و $C(1, 2, -2)$

1- بين أن (S) سطح كرة مركزها $\Omega(2, 0, -1)$ ونصف قطرها $r = 2$

2- أ) بين أن النقط A, B, C ليست في إستقامية .

ب) أكتب معادلة للمستوي (p) المحدد بالنقط A, B, C .

ج) أعط تمثيلا وسطييا للمستقيم (D) المار بالنقطة Ω و العمودي على المستوي (p)

3- أدرس الوضعية النسبية للمستوي (p) و سطح الكرة (S) .

التمرين الثالث : (04 نقط)

(I) نعتبر في \mathbb{C} المعادلة $(E) z^3 + 2z^2 - 16 = 0$

1- أثبت أن العدد 2 حل للمعادلة (E) ثم حدد الأعداد الحقيقية : a, b و c حيث :

$$z^3 + 2z^2 - 16 = (z-2)(az^2 + bz + c)$$

2- أكتب الحلول الثلاثة للمعادلة (E) على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلي .

(II) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$

1- علم النقط A, B, D التي لوالحقها على الترتيب : $z_A = -2 - 2i, z_B = 2, z_D = -2 + 2i$ و

2- أحسب z_C لاحقة النقطة C بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع ثم علم النقطة C

3- لتكن النقطة E صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه B وزاويته $(-\frac{\pi}{2})$ و لتكن النقطة F

صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه D وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ) أحسب z_E و z_F لاحقتي النقطتين E و F على الترتيب .

ب) علم النقطتين E و F

$$4. \text{ أ) تحقق من أن : } \frac{z_F - z_A}{z_E - z_A} = i$$

ب) استنتج طبيعة المثلث AEF .

التمرين الرابع : (08 نقط) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

f دالة عددية للمتغير الحقيقي x معرفة كما يلي : $f(x) = \frac{4x^3}{(2x-1)^2}$ ، (C) تمثيلها البياني .

1 . أدرس تغيرات الدالة f .

2 . أحسب العددين a, b بحيث يكون من أجل كل x من D_f : $f(x) = x + 1 + \frac{ax+b}{(2x-1)^2}$.

3 . بين أن للمنحنى (C) مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (Δ) .

أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

4 . أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

5 . أرسم المماس (T) ثم أنشئ المنحنى (C) .

6 . ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $-4x^3 + 4mx^2 - 4mx + m = 0$

7 . g دالة عددية للمتغير الحقيقي x حيث : $g(x) = \frac{4x^3}{(2|x|-1)^2}$.

بين أن الدالة g فردية ثم أرسم المنحنى (Γ) الممثل للدالة g مستعينا بالمنحنى (C)

إنتهى