التمرين الأول:

أذكر صحة أو خطأ ما يلي مع التعليل :

1) العدد $\int_a^b f(x)dx$ يمثل مساحة إذا كانت f دالة مستمرة على المجال $[a\ ;\ b]$.

2) التكامل $\int_{-2}^{2} \frac{1}{x^2}dx$ يعطى بالعبارة : $\left[\frac{-1}{x}\right]_{-2}^{2} = -1$

3) $\int_a^b [\alpha f(x) + \beta g(x)]dx = \alpha\int_a^b f(x)dx + \beta\int_a^b g(x)dx$

4) إذا كانت f دالة مستمرة و تحقق $f(x) > 1$ على المجال $[0\ ;\ 1]$ فإن : $\int_0^1 f(x)dx > 1$

5) $\int_1^2 (x^2+2)dx > \int_1^2 x^2dx$

6) $\int_0^1 (x^4+x^2+1)dx > 0$

7) f دالة مستمرة على المجال $[1\ ;\ 4]$ $\int_1^4 f(x)dx = \int_1^3 f(x)dx + \int_3^4 f(x)dx$

8) $a - b \leq \int_a^b \sin x dx \leq b - a$

9) $\int_{-\alpha}^{\alpha} x^5 dx = 0$

10) $\int_{-a}^{a} x^4 dx = 2\int_0^a x^4 dx$

11) $\int_{\pi}^{3\pi} \sin x dx = \int_0^{2\pi} \sin x dx$

12) $\int_a^b xf(x)dx = x\int_a^b f(x)dx$

التمرين الثاني:

أحسب التكاملات التالية :

1. $\int_{-3}^{3} x\,e^2 dx$

2. $\int_1^3 \frac{dt}{t+1}$

3. $\int_0^1 x\,e^x dx$

4. $\int_1^2 x^2\,e^x dx$

5. $\int_0^1 (x-3)e^{2x} dx$

6. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x\, dx$

7. $\int_1^2 \frac{e^x+1}{(e^x+x)^2}dx$

8. $\int_0^{\ln 4} \frac{e^x}{e^x+5}dx$

9 . $\int_0^2 x\, e^{(x^2+1)} dx$ 10 . $\int_0^1 (2-t) e^t dt$ 11 . $\int_0^1 t^2 e^{-t} dt$

12 . $\int_1^2 (x+1) e^{(x^2+2x)} dx$ 13 . $\int_1^2 (4x+1+\frac{2}{e^x-1}) dx$ 14 . $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}} dx$

15 . $\int_{-2}^1 e^x (e^x-1) dx$

التمرين الثالث:

أحسب التكاملات التالية :

1 . $\int_e^{2e} x^3 \ln x\, dx$ 2 . $\int_1^e x^2 \ln x^2\, dx$ 3 . $\int_1^2 x(\ln x)^2\, dx$

4 . $\int_e^{e^2} \frac{\ln t}{t} dt$ 5 . $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx$ 6 . $\int_1^{e^2} \sqrt{x}\, \ln x\, dx$

7 . $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$

التمرين الرابع:

لتكن المتتالية المعرفة بـــ : من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_n = \int_{n-1}^{n} e^{-\frac{1}{2}x} dx$

1. أحسب U_n بدلالة n .
2. بين أن المتتالية (U_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول U_1 .
3. نسمي S_n مجموع n حدا الأولى للمتتالية (U_n) ، بين أن : $S_n = \int_0^n e^{-\frac{1}{2}x} dx$.
4. هل المجموع S_n يقبل نهاية عند $+\infty$.

التمرين الخامس:

1 . برر أنه من أجل كل عدد طبيعي n يوجد التكامل : $2\int_0^1 \frac{x^{2n+1}}{1+x^2} dx$

نضع $U_n = 2\int_0^1 \frac{x^{2n+1}}{1+x^2} dx$ (لا يطلب حساب U_n)

2 . برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n \geqslant 0$ و $U_{n+1} + U_n = \frac{1}{n+1}$

3 . برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $0 \leqslant U_n \leqslant \frac{1}{n+1}$

إستنتج أن (U_n) متقاربة و ما هي نهايتها .