

القسم: ٣٤

الاستدلال بالترجح

سلسلة رقم ٠٤

التمرين السابع:

في كل الحالات التالية ، أحسب الدواد الخامسة الأولى للمتالية (U_n) ، أعلم تعبيراً عباراً U_n بدلالة n ثم برهن

$$2) \begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \sqrt{1 + U_n^2} \end{cases} \quad 1) \begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = U_n + n \end{cases}$$

هذا التعميم :

التمرين الثامن:

نعرف المتالية (U_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية \mathbb{N} بـ :

$$U_{n+1} = U_n + 2n + 3 , \quad U_0 = 1$$

أ. أدرس إتجاه تغير المتالية (U_n)

بـ . أعلم تعبيراً عباراً U_n بدلالة n ثم برهن هذا التعميم

التمرين التاسع:

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 1 + \frac{1}{U_n} \end{cases}$$

للت المتالية (U_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية \mathbb{N} بـ :

1. أدرس إتجاه تغير الدالة f المعرفة على \mathbb{R}^* بـ

$$\frac{3}{2} \leq U_n \leq 2 , \quad n \in \mathbb{N}$$

التمرين العاشر:

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = 2U_n + 1 - n \end{cases}$$

للت المتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بـ :

برهن بالترجح أن $U_n \geq n$ ، $n \in \mathbb{N}$

التمرين الحادي عشر:

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1 + U_n^2}{2U_n} \end{cases}$$

نعتبر المتالية (U_n) المعرفة بهم أجل كل عدد طبيعي n بـ :

1. برهن أن $U_n > 0$ ، $n \in \mathbb{N}$.

2. برهن أن (U_n) متزايدة و محددة به الأسفل بـ ١.

3. برهن أن (U_n) مقاومة و حينها نهايتها.

القسم: ٣٤

الاستدلال بالترجح

سلسلة رقم ٠٣

التمرين الأول:

$$0^3 + 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

بـ . أستنتاج المجموع S حيث $S = 2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + (2n)^3$

التمرين الثاني:

$$S_n = (0 \times 1) + (1 \times 2) + (2 \times 3) + \dots + [n(n+1)] . \quad S_3 , S_2 , S_1 , S_0$$

$$2. \text{ برهن بالترجح أن } S_n = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2) \text{ بـ :}$$

التمرين الثالث:

برهن بالترجح أن $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$ بـ :

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

التمرين الرابع:

برهن بالترجح أن $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + (-1)^n \times \frac{1}{2^n} = \frac{2}{3} \left[1 + (-1)^n \left(\frac{1}{2} \right)^{n+1} \right]$ بـ :

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + (-1)^n \times \frac{1}{2^n} = \frac{2}{3} \left[1 + (-1)^n \left(\frac{1}{2} \right)^{n+1} \right]$$

التمرين الخامس:

برهن بالترجح أن $4^{2n} - 4^n + 2$ هي مضاعف ٣ .

$$2. 4^{2n} - 4^n + 2 \text{ يقبل القسمة على ٢١ .}$$

$$3. 2x3^{4n+1} - 2^{4n} \text{ يقبل القسمة على ٥ .}$$

$$4. \text{ العدد } (3n^2 + 5n + 1) \text{ فرد .}$$

التمرين السادس:

نعتبر المتالية (U_n) المعرفة بهم أجل كل عدد طبيعي n بـ :

١. أحسب الدواد الخامسة الأولى لهذه المتالية

٢. أعلم تعبيراً عباراً U_n بدلالة n ثم برهن بالترجح هذا التعميم.