

التمرين الأول : 08 نقط

نعتبر في \mathbb{C} كثير الحدود $P(z)$ للمتغير المركب z المعرف كما يلي : $P(z) = z^3 - 8z^2 + 4(4-i)z - 24(1-i)$

و المعادلة (E) ذات المجهول المركب z التالية : $P(z) = 0$

1/ أثبت أن المعادلة (E) تقبل حلا تخيليا صرفا z_0 يطلب تعيينه

2/ عين العددين المركبين α و β بحيث يكون من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z - z_0)(z^2 + \alpha z + \beta)$

3/ حدد الحلين الآخرين z_1 و z_2 للمعادلة (E) حيث : $Re(z_2) < Re(z_1)$

4/ في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$

نعتبر النقط A , B , C التي لواحقها على التوالي : z_2 , z_1 , z_0

أكتب على الشكل المثلثي العدد المركب : $z_1 - z_0$ ثم إستنتج قياس الزاوية الموجهة $(\overline{AB}; \overline{AC})$ و قيمة العدد : $\frac{AC}{AB}$

التمرين الثاني : 12 نقطة

نعتبر الدالة f المعرفة بـ : $f(x) = \frac{(2x-1)e^x - 2x + 2}{e^x - 1}$

وليكن (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. بين أنه توجد خمسة أعداد حقيقية a , b , α , β , γ بحيث يكون :

من أجل كل x من D_f : $f(x) = \alpha x + \beta + \frac{\gamma}{e^x - 1}$ و $f(x) = 2x + a + \frac{be^x}{e^x - 1}$

2. نضع : $h(x) = 2(e^x - 2)(e^x - \frac{1}{2})$

. أدرس إشارة $h(x)$ حسب قيم x .

. بين أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{h(x)}{(e^x - 1)^2}$

3. أدرس تغيرات الدالة f .

4. أثبت أن المنحني (C) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين يطلب تعيينهما .

5. بين أنه من أجل كل x من D_f : $f(-x) + f(x) = -3$. ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني (C) ؟

6. أدرس وضعية المنحني (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 1$.

7. أرسم المنحني (C) . (الوحدة 2 سم) .

8. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة الحلول في \mathbb{R} للمعادلة ذات المجهول x التالية :

$$(2x - 2 - m)e^x - 2x + m + 3 = 0$$

9. أ. أوجد دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty; 0[$.

ب. λ عدد حقيقي حيث $\lambda \geq 2$. أحسب المساحة $s(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C)

و المستقيمتين التي المعادلات : $y = 2x - 1$ ، $x = \ln 2$ ، $x = \ln \lambda$.