تذكير: الخواص الجبرية

* من أجل كل عددين حقيقيين x و y و كل عدد صحيح نسبي n

$e^{nx} = (e^x)^n$, $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$, $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$, $e^{x+y} = e^x \times e^y$, $e^0 = 1$

* من أجل كل عددين حقيقيين a و b

$a = b$ يعني $e^a = e^b$ ، $a < b$ يعني $e^a < e^b$

التمرين الأول : المعادلات حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية

1. $e^{x-2} = 1$ ، $e^{3x+1} = e^{-x+3}$ ، $e^{x^2+1} = e^{2x}$ و $3e^x = 5e^{x+1} + 2$.
2. $\frac{e^x + 1}{e^x + 3} = \frac{1}{2}$, $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = 1$, $\frac{e^{2x}}{e^x + 1} = \frac{1}{e^{-x}}$
3. $X^2 + 3X - 4 = 0$ ، $e^{2x} + 3e^x - 4 = 0$.
4. $2X^2 - 5X + 2 = 0$ ، $2e^x - 5 + 2e^{-x} = 0$.
5. $e^x(2e^x - 1) = 3$ ، $8e^{4x} - 6e^{2x} + 1 = 0$ ، $4e^{3x} - 5 + e^{-3x} = 0$.

التمرين الثاني : المتراجحات حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية

1. $e^x < 2$ ، $e^{-x} \geqslant 1$ ، $e^{-2x} \leqslant e^x$.
2. $(e^x - 1)(e^{-x} - 4) < 0$ ، $(e^{2x} - 1)(2e^x + 1) \geqslant 0$.
3. $X^2 + 2X - 3 \leqslant 0$ ، $e^{2x} + 2e^x - 3 \leqslant 0$
4. $e^{2x} - 3e^x + 3 < 0$ ، $e^{2x} - 4e^x - 5 > 0$ ، $e^{3x} - e^{2x} + 3e^x > 0$

التمرين الثالث :

لتكن الدالة f المعرفة بـ على R بـ : $f(X) = X^3 - 4X^2 - 29X - 24$

1. أحسب $f(-1)$ و $f(-3)$ و إستنتج تحليلا لعبارة $f(X)$.
2. حل في R المعادلة $f(X) = 0$ و إستنتج حلول المعادلة: $e^{2x} - 4e^x - 29 - 24e^{-x} = 0$

التمرين الرابع :

لتكن الدالة f المعرفة بـ على R بـ : $f(X) = 2X^3 - X^2 - 13X - 6$

1. عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حيث : $f(X) = (X + 2)(aX^2 + bX + c)$.
2. حل في R المتراجحة $f(X) \geqslant 0$ و إستنتج حلول المتراجحة : $2e^{3x} - e^{2x} - 13e^x - 6 \geqslant 0$

تذكير : النهايات :

$\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0$ و $\lim\limits_{x\to0} \frac{e^x-1}{x} = 1$

التمرين السادس : أحسب النهايات عند حدود مجموعة تعريف الدالة f في كل من الحالات التالية

1) $f(x) = x - e^x$ ، 2) $f(x) = x + e^{-x}$ ، 3) $f(x) = xe^x$ ، 4) $f(x) = xe^{-x}$

5) $f(x) = (x-1)^2e^x$ ، 6) $f(x) = (x^2 - 2x)e^{-x}$ ، 7) $f(x) = (x^2+1)e^{-2x}$

8) $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$ ، 9) $f(x) = \frac{e^x}{(x-1)^2}$ ، 10) $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$

11) $f(x) = \frac{e^x}{1-e^x}$ ، 12) $f(x) = \frac{e^x-1}{e^{2x}-1}$ ، 13) $f(x) = x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$

تذكير : المشتقات:

$(e^x)' = e^x$ و $(e^{u(x)})' = u'(x)\, e^{u(x)}$

التمرين السابع :

في كل حالة من الحالات التالية عين مجموعة تعريف الدالة f و المجموعة التي تكون فيها قابلة للإشتقاق ثم أحسب الدالة المشتقة للدالة f

1) $f(x) = e^{2x+1}$ ، 2) $f(x) = e^{2-3x}$ ، 3) $f(x) = e^{-x^2}$

4) $f(x) = e^{\sqrt{x}}$ ، 5) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ ، 6) $f(x) = e^{\sin x}$

7) $f(x) = (2x-1)e^x$ ، 8) $f(x) = (x-1)^2e^x$ ، 9) $f(x) = (x^2 - 2x)e^{-x}$

10) $f(x) = (x^2+1)e^{-2x}$ ، 11) $f(x) = e^x(e^{2x} - 1)$ ، 12) $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$

13) $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$