الخواص الجبرية : تذكر أن $\ln 1 = 0$ و $\ln e = 1$

* من أجل كل عددان حقيقيان a و b موجبين تماما و كل عدد صحيح نسبي n

$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$ ؛ $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$ ؛ $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$ ؛ $\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}\ln(a)$

$\ln(a^n) = n\ln(a)$ و كذلك $\ln(a) = \ln(b)$ يكافئ $a = b$ ؛ $\ln(a) < \ln(b)$ يكافئ $a < b$

$\ln(a) > 0$ يكافئ $a > 1$ ؛ $\ln(a) < 0$ يكافئ $0 < a < 1$

التمرين الأول :

1. بسط العبارة : $\ln(3^n \times e) + n\ln\left(\frac{1}{3}\right) + \ln(2^n)$ $(n \in \mathbb{Z})$

2. بسط العبارة : $\ln(n^7) - 12\ln(\sqrt{n}) + \ln\left(\frac{2}{n}\right)$ $(n \in \mathbb{N}^*)$

3. بسط العبارة بعد تعيين مجموعة تعريفها : $\ln\sqrt{\frac{x+5}{x+3}} - \ln(x+5) + \ln(x+3)$

4. بين أن من أجل كل x موجب تماما $\frac{\ln\left(\frac{2e}{x}\right)}{\ln 2} = 1 + \frac{1 - \ln(x)}{\ln(2)}$

التمرين الثاني : المعادلات حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية

1. $\ln x = -4$ ؛ $\ln^2 x + \ln x - 2 = 0$ ؛ $\ln^3 x - 2\ln^2 x - \ln x + 2 = 0$

2. $\ln x(x+4) = 0$ ؛ $\ln x^2 + \ln x = \ln 8$ ؛ $\ln x = \ln(-2x-1)$ ؛ $\ln(x+1) + \ln(x-3) = \ln(4x-8)$

3. $2\ln(2x-1) - \ln(3x-2x^2) = \ln(4x-3) - \ln x$ ؛ $\frac{2 - \ln x}{1 - \ln x} = 3$

التمرين الثالث : المتراجحات حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية

1. $\ln x \leqslant -2$ ؛ $\ln x^2 \leqslant \ln 3$ ؛ $\ln(x+3) + \ln(x-4) < 2\ln(x-1)$

2. $\ln\left(\frac{3x+1}{x+2}\right) < 0$ ؛ $\ln(\ln(x^2+1)) > 0$

تذكير النهايات :

$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \ln x = -\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ ، $\lim_{x\to 0} x\ln x = 0^-$ و $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$

التمرين الرابع :

أحسب النهايات عند حدود مجموعة تعريف الدالة f في كل من الحالات التالية :

.1 $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)$ ؛ .2 $f(x) = (x-1)\ln x$ ؛ .3 $f(x) = x\ln x - x$ ؛ .4 $f(x) = \frac{2\ln x + 1}{2x}$

.5 $f(x) = \ln\left(x + \frac{1}{x}\right)$ ؛ .6 $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+2}$ ؛ .7 $f(x) = \ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|$

تذكير: المشتقات:

- من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x : $\ln'(x) = \dfrac{1}{x}$
- إذا كانت الدالة u قابلة للإشتقاق على مجال I من $\mathbb{R}$ فإن : $\ln'(u(x)) = \dfrac{u'(x)}{u(x)}$

التمرين الخامس :

في كل حالة من الحالات التالية عين مجموعة تعريف الدالة f و المجموعة التي تكون فيها قابلة للإشتقاق ثم أحسب الدالة المشتقة للدالة f

1) $f(x) = x^2 \ln x$ ، 2) $f(x) = \ln\left(\dfrac{0x - P}{x\ J\ N}\right)$ ، 3) $f(x) = \ln((2x+1)(x-3))$

4) $f(x) = \sqrt{N - \ln x}$ ، 5) $f(x) = \ln\sqrt{0x\ J\ N}$ ، 6) $f(x) = \ln\left|\dfrac{Px - N}{x\ H\ N}\right|$

التمرين السادس :

I) h دالة عددية للمتغير الحقيقي x حيث : $h(x) = \dfrac{x+1}{2x+1} - \ln(x)$

1 . أدر س تغيرات الدالة h.

2 . أحسب $h(1)$ ، $h(2)$ ثم بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0\ ,\ +\infty[$

3 . استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x.

II) f دالة عددية للمتغير الحقيقي x حيث : $f(x) = \dfrac{2\ln x}{x^2+x}$.

(C) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 4cm$

1. بين أن $D_f =]0\ ,\ +\infty[$
2. أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$
3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f'(x) = \dfrac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2} h(x)$.
4. إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
5. أكتب معادلة لمماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1
6. بين أن $f(\sim) = \dfrac{2}{\sim(2\sim+1)}$ و إستنتج حصرا للعدد $f(\sim)$.
7. أرسم بدقة المماس (T) و المنحنى (C) .
8. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx - m$