

## التمرين الأول :

- ضع علامة  $\checkmark$  أمام كل جملة صحيحة و العلامة  $\times$  أمام كل جملة خاطئة :
- 1 - إذا كانت  $g$  دالة أصلية لدالة  $f$  على مجال  $I$  فإن  $f$  هي الدالة المشتقة للدالة  $g$  .
  - 2 - الدالة:  $x \mapsto x^3 - 5x$  هي الدالة الأصلية الوحيدة للدالة:  $x \mapsto 3x^2 - 5$  على  $\mathbb{R}$  .
  - 3 - كل دالة مستمرة على مجال يمكن تعيين دالتها الأصلية.
  - 4 - إذا كانت  $g$  دالة أصلية لدالة  $f$  فإن  $g^2$  دالة أصلية للدالة  $f^2$  .
  - 5 - الدالة  $g'$  هي دالة أصلية للدالة  $g''$  .
  - 6 - كل دالة مستمرة على مجال  $I$  تقبل دالة أصلية وحيدة تنعدم عند عدد  $x_0$  من  $I$  .
  - 7 - الدالة  $x \mapsto \sin 2x$  هي الدالة الأصلية للدالة  $x \mapsto \cos 2x$  على  $\mathbb{R}$  .
  - 8 - الدالة  $x \mapsto \frac{-1}{x^2}$  دالة أصلية للدالة  $x \mapsto \frac{1}{x}$  على  $\mathbb{R}$  .
  - 9 - الدالة الأصلية لدالة كثير حدود هي دالة كثير حدود .
  - 10 - الدالة :  $f^{(n)}$  هي إحدى الدوال الأصلية للدالة  $f$  .
  - 11 - الدالة:  $x \mapsto \cos x + \sin x$  هي دالة أصلية للدالة:  $x \mapsto \sin x - \cos x$  .
  - 12 - إذا كانتا  $g$  و  $h$  دالتان أصليتان لنفس الدالة  $f$  على مجال  $I$  فإنه من أجل كل عدد  $x$  من  $I$  :  $h(x) - g(x) = \lambda$  .
  - 13 - الدالة  $x \mapsto \frac{1}{x}$  لا تقبل دوال أصلية على المجال  $]0; +\infty[$  .
  - 14 - توجد دالة كثير حدود إحدى دوالها الأصلية هي نفسها .
  - 15 - الدالة  $x \mapsto x^3$  هي الدالة الأصلية التي تنعدم عند 0 للدالة  $x \mapsto 3x^2$  .
  - 16 - إذا كانت  $f$  دالة مستمرة على مجال  $I$  فهي تقبل دالة أصلية وحيدة على هذا المجال .
  - 17 - كل دالة معرفة على مجال  $I$  تقبل دالة أصلية على  $I$  .
  - 18 - كل دالة قابلة للاشتقاق على المجال  $[a; b]$  تقبل دوال أصلية على  $[a; b]$  .
  - 19 - الدوال الأصلية للدالة  $x \mapsto (x^2 + 1)^2$  هي الدوال  $x \mapsto \frac{1}{3}(x^2 + 1)^3 + \lambda$  ،  $\lambda \in \mathbb{R}$  .
  - 20 - الدوال الأصلية للدالة :  $x \mapsto \sum_{i=0}^n a_i x^i$  هي الدوال :  $x \mapsto \sum_{i=0}^n \frac{1}{i+1} a_i x^{i+1} + \lambda$  .

التمرين الثاني :

عين الدوال الأصلية للدالة  $f$  في كل مما يلي معينا مجال الدراسة :

1)  $f(x) = 2x - 1$

2)  $f(x) = x^2 - 4x + 3$

3)  $f(x) = -3x^3 + 5x^2 - 4$

4)  $f(x) = x^4 - x^3$

5)  $f(x) = \frac{4}{x^2}$

6)  $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}$

7)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

8)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

9)  $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$

10)  $f(x) = \frac{\sin 2x}{\cos^3 x}$

التمرين الثالث :

عين الدوال الأصلية للدالة  $f$  في كل مما يلي معينا مجال الدراسة :

1)  $f(x) = x^2(x^3 + 1)^2$

2)  $f(x) = (x+1)(x^2 + 2x - 1)^3$

3)  $f(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)^2}$

4)  $f(x) = \frac{x-1}{(x^2 - 2x + 4)^3}$

5)  $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x^4 + 1}}$

6)  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$

7)  $f(x) = \frac{1}{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

8)  $f(x) = \cos 2x - \sin 3x$

9)  $f(x) = \sin x \cdot \cos^3 x$

10)  $f(x) = \cos 2x \cdot \sin 2x$

التمرين الرابع :

عين الدالة الأصلية  $g$  للدالة  $f$  على المجال  $I$  التي تحقق  $g(0) = 0$  في كل حالة مما يلي :

1)  $f(x) = \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}$

$I = \mathbb{R}$

;

2)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

$I = ]-1; +\infty[$

3)  $f(x) = \frac{1}{(x+2)^3}$

$I = ]-\infty; -2[$

;

4)  $f(x) = x^n - 1 ; n \in \mathbb{N}$

$I = \mathbb{R}$

5)  $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$

$I = \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$

;

6)  $f(x) = x + 1 - \frac{1}{(x+1)^2}$

$I = ]-1; +\infty[$

7)  $f(x) = \sin x \cdot \cos^n x$

$I = \mathbb{R} , n \in \mathbb{N}$

;

8)  $f(x) = \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x+2)^3}$

$I = ]-\infty; -2[$

**التمرين الخامس :**

تعتبر الدالة  $f$  حيث :  $f(x) = \sin^3 x$

- (1) عين الدوال الأصلية  $g$  للدالة  $f$  .
- (2) استنتج الدالة الأصلية  $h$  للدالة  $f$  و التي تأخذ القيمة 2 من أجل  $x = 0$

**التمرين السادس :**

تعتبر الدالة  $f$  المعرفة بالعلاقة :  $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{(x-1)^2}$

- (1) عين  $D_f$  مجموعة التعريف للدالة  $f$  .
- (2) بين أنه من أجل كل عدد  $x$  من  $D_f$  فإن :  $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)^2}$  حيث  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية يطلب تعيينها .
- (3) عين الدوال الأصلية  $g$  للدالة  $f$  على  $]1; +\infty[$  .
- (4) استنتج الدالة الأصلية  $h$  التي تتعدم عند  $x = 2$  للدالة  $f$  على  $]1; +\infty[$  .

**التمرين السابع :**

(1) ادرس تغيرات الدالة  $g$  حيث :  $g(x) = \sqrt{3-2x}$

(2) نعتبر الدالة  $f$  حيث :  $f(x) = (\alpha x^2 + \beta x + \gamma)\sqrt{3-2x}$

- عين الأعداد الحقيقية  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  بحيث تكون  $f$  دالة أصلية للدالة  $g$  على المجال  $]-\infty; \frac{3}{2}[$  .
- (3) أنشئ التمثيل البياني للدالة  $g$  بآلة بيانية .

**التمرين الثامن :**

نعتبر الدالة  $f$  :  $f(x) = \sin x + \sin^3 x$

- (1) احسب  $f'(x)$  و  $f''(x)$  .
- (2) بين أنه يوجد عدنان حقيقيان  $\alpha$  و  $\beta$  بحيث من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن :  $f''(x) + \alpha f(x) = \beta \sin x$
- (3) استنتج الدوال الأصلية  $g$  للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  .
- (4) استنتج الدالة الأصلية  $h$  للدالة  $f$  بحيث :  $h\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$  .

**التمرين التاسع :**

$f$  دالة فردية و مستمرة على  $\mathbb{R}$  .  $F$  دالة أصلية للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$

$G$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $G(x) = F(x) - F(-x)$

بين أن  $G$  دالة ثابتة على  $\mathbb{R}$  .