

الموضوع الثاني

المدة : 3 ساعات

شعبة : 3 علوم و تكنولوجيا

إختبار في مادة الرياضيات

**التمرين الأول : (5 نقاط)**

في المستوي المركب  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  نعتبر النقط  $A, B, C$  ذات اللواحق  $z_1, z_2, z_3$

على الترتيب حيث :  $z_1 = (1-i)(1+2i)$  ،  $z_2 = \frac{2+6i}{3-i}$  ،  $z_3 = \frac{-4i}{1-i}$

أ- أكتب الأعداد  $z_1, z_2, z_3$  على الشكل الجبري .

ب- علم النقط  $A, B, C$

ت- برهن أن  $\overline{AB} \perp \overline{AC}$

ث- عين لاحقة النقطة  $D$  بحيث يكون الرباعي  $BACD$  مربع

**التمرين الثاني (4 نقاط)**

حدد الاجابة على كل سؤال فيما يلي

<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p><math>+\infty</math> <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p>	<p>(1) النهاية : <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{\ln x^2}</math> تساوي</p>
<p><math>\text{Re}(z) = 2</math> <input type="checkbox"/></p> <p><math>\bar{z} = 2 - i(3 - 7i)</math> <input type="checkbox"/></p> <p><math>\text{Im}(z) = 3</math> <input type="checkbox"/></p>	<p>(2) عدد مركب حيث : <math>z = 2 + i(3 - 7i)</math> و <math>\bar{z}</math> مرافقه</p>
<p><math>F(x) = e^{-x^2}</math> <input type="checkbox"/></p> <p><math>F(x) = -\frac{1}{2}e^{-x^2}</math> <input type="checkbox"/></p> <p><math>F(x) = 2e^{-x^2}</math> <input type="checkbox"/></p>	<p>(3) الدالة الأصلية للدالة <math>f</math> المعرفة على <math>\mathbb{R}</math> ب :</p> <p><math>f(x) = x e^{-x^2}</math> هي :</p>
<p><math>\{\ln 2\}</math> <input type="checkbox"/></p> <p><math>\{-\ln 2\}</math> <input type="checkbox"/></p> <p><math>\{2 \ln 2\}</math> <input type="checkbox"/></p>	<p>(4) مجموعة حلول المعادلة : <math>\ln(e^x - 3) = 0</math> هي :</p>
<p><math>+\infty</math> <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>0 <input type="checkbox"/></p>	<p>(5) النهاية <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 2x - 1) e^x</math> تساوي</p>

### التمرين الثالث (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v}; \vec{w})$ .

ليكن  $P$  و  $P'$  مستويين حيث :

$$P : 2x - y + 2z - 5 = 0 \quad \text{و} \quad P' : 2x + 2y - z - 4 = 0$$

1. بين أن  $P' \perp P$ .

2. أحسب المسافة بين النقطة  $A(1, 2, -1)$  و كل من المستويين  $P$  و  $P'$ .

ثم إستنتج المسافة بين  $A$  و  $D$  مستقيم تقاطع  $P$  و  $P'$ .

3. أ ) عين التمثيل الوسيطي للمستقيم  $D$

ب ) عين إحداثيات نقطة  $M$  من  $D$  بحيث تكون المسافة  $AM$  أصغر ما يمكن .

### التمرين الرابع (7 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  ( الوحدة  $2\text{ cm}$  )

#### الجزء الأول :

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = (3+x)e^{-\frac{x}{2}}$

(1) عين نهايتي الدالة  $f$  عند  $-\infty$  ثم عند  $+\infty$ .

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أنشئ المنحني  $(\Gamma)$  الممثل للدالة  $f$  في المعلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

(4) باستعمال التكامل بالتجزئة أحسب  $I = \int_{-3}^0 x e^{-\frac{x}{2}} dx$  . استنتج بوحدة المساحة ، مساحة

الجزء من المستوي المعرف بـ :  $0 \leq y \leq f(x)$  و  $x \leq 0$ .

(5) أ ) برهن أن المعادلة  $f(x) = 3$  تقبل حلين في  $\mathbb{R}$  . ليكن  $\alpha$  الحل غير المعدوم .

بين أن  $-2 < \alpha < -\frac{3}{2}$ .

ب ) عموماً عين بيانياً حسب قيم العدد الحقيقي  $m$  ، عدد حلول المعادلة  $f(x) = m$ .

#### الجزء الثاني :

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = 3e^{\frac{x}{2}} - 3$

(1) برهن أن  $f(x) = 3$  إذا و فقط إذا كان  $g(x) = x$ .

(2) ليكن  $g'$  و  $g''$  المشتقة الأولى و الثانية للدالة  $g$ .

أ ) أحسب من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $g'(x)$  و  $g''(x)$  . برر أن  $g'(\alpha) = \frac{\alpha+3}{2}$ .

ب ) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g'$  ثم اتجاه تغير الدالة  $g$ .

إنتهى