

الموضوع الثالث

المدة : 3 ساعات

شعبة : 3 علوم و تكنولوجيا

إختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (08 نقط) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o ; \vec{u} ; \vec{v})$ الوحدة 4cm

لتكن النقطة A ذات اللاحقة $Z_A = i$ و النقطة B ذات اللاحقة $Z_B = e^{-i\frac{5\pi}{6}}$

1- ليكن الدوران r الذي مركزه O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$ نسمي C صورة B بـ r

أ - أعط العبارة المركبة للدوران r

ب - بين أن لاحقة C هي $Z_C = e^{-i\frac{\pi}{6}}$

ج - أكتب Z_B و Z_C على الشكل الجبري .

د - علم النقط A ، B و C .

2- لتكن النقطة D مرجح النقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات 2 ، 1- و 2 على الترتيب

أ - بين أن لاحقة D هي $Z_D = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$. علم النقطة D

ب - بين أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة

3- ليكن h التحاكي الذي مركزه A و نسبته 2 . نسمي E صورة D بـ h

أ - عين الكتابة المركبة لـ h

ب - بين أن لاحقة E هي $Z_E = \sqrt{3}$. علم النقطة E

4 - أ - أحسب النسبة $\frac{Z_D - Z_C}{Z_E - Z_C}$ و أكتب النتيجة على الشكل الأسّي .

ب - إستنتج طبيعة المثلث CDE

التمرين الثاني : (04 نقط)

- من أجل كل إقتراح أذكر إن كان صحيحا أو خاطئا . في حالة الصحة برر و في حالة الخطأ أعط مثال مضاد .
1. إذا كانت f دالة معرفة من أجل كل عدد حقيقي x بـ $f(x) = \sin^2 x$ فإن دالتها المشتقة تحقق من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \sin 2x$.
 2. لتكن f دالة معرفة و قابلة للإشتقاق على المجال $[-1 ; 1]$ حيث دالتها المشتقة مستمرة على هذا المجال . إذا كان $f(-1) = -f(1)$ فإن $\int_{-1}^1 t f'(t) dt = -\int_{-1}^1 f(t) dt$
 3. لتكن f دالة معرفة و مستمرة على المجال $[0 ; 3]$. إذا كان $\int_0^3 f(t) dt \leq \int_0^3 g(t) dt$ فإنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0 ; 3]$: $f(x) \leq g(x)$.
 4. إذا كانت f حل للمعادلة التفاضلية $y' = -2y + 2$ و ليست ثابتة إذن تمثيلها البياني في معلم للمستوي لا يقبل مماس يوازي محور الفواصل .

التمرين الثالث : (08 نقط)

الجزء الأول

h دالة عددية لمتغير حقيقي x حيث: $h(x) = x^2 - 2x + \ln|x - 1|$

(1) أدرس تغيرات الدالة h و أحسب $h(0)$ و $h(2)$

(2) إستنتج من الدراسة السابقة إشارة $h(x)$ حسب قيم x

الجزء الثاني

f دالة عددية لمتغير حقيقي x حيث: $f(x) = x - 2 - \frac{\ln|x - 1|}{x - 1}$

نسمي (C) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{i}; \vec{j}; \vec{o})$

1. عين مجموعة التعريف D للدالة f ثم بين أنه من أجل كل x من D : $f'(x) = \frac{h(x)}{(x - 1)^2}$

2. أدرس تغيرات الدالة f

3. بين أن المنحني (C) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته

4. أدرس وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

5. بين أن النقطة $\omega(1 ; -1)$ هي مركز تناظر للمنحني (C) .

6. بين أن للمنحني (C) نقطتي انعطاف يطلب تعيين فاصلتيهما ثم أرسم المنحني (C)

7. λ عدد حقيقي سالب غير معدوم . أحسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) و

المستقيمات التي معادلاتها $x = \lambda$ ، $x = 0$ و $y = x - 2$. ثم عين العدد الحقيقي λ بحيث يكون

$$A(\lambda) = 2$$

إنتهى