

التمرين الأول : (04 ن) المتتاليات

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بـ : $U_0 = 2$ و من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} = \frac{2U_n - 3}{4 - U_n}$

- 1/ بين أن : $-1 < U_n < 3$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$
2/ أدرس رتبة (U_n)

3/ نعتبر المتتالية $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي : $V_n = \frac{U_n - 3}{U_n + 1}$

أ/ أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين حدها الأول V_0 و أساسها.

ب/ أحسب V_n ثم U_n بدلالة n ثم إستنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$

ج/ أحسب المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ ثم $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

د/ أحسب الجداء : $P_n = V_0 \times V_1 \times \dots \times V_n$

التمرين الثاني : (04 ن) توظيف الدوال

الجزء أ : 1/ تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x : $x^3 + 3x^2 - 54 = (x-3)(x^2 + 6x + 18)$

2/ استنتج إشارة كثير الحدود : $p(x) = x^3 + 3x^2 - 54$

الجزء ب : مصنع ينتج x آلاف من القطع في اليوم ، حيث x عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0 ; 5]$

ثمن القطعة الواحدة مقدر بالدينار الجزائري بدلالة x و معرف بالعلاقة التالية :

$$C(x) = \frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 108}{12x}$$

1/ ماهو ثمن إنتاج 4200 قطعة ؟

2/ نعتبر C' الدالة المشتقة للدالة C

أ/ أحسب $C'(x)$.

ب/ بالإستعانة بالسؤال في الجزء أ ، أدرس تغيرات الدالة C .

ج/ أستنتج العدد x_0 للقطع المصنعة حيث ثمن التكلفة للقطعة يكون أصغر ما يمكن ، ما هو عندئذ المبلغ بالدينار الجزائري

للتكلفة الكلية للإنتاج ؟

التمرين الثالث : (07 ن) دراسة دالة صماء

لتكن الدالة f المعرفة بـ : $f(x) = (2-x)\sqrt{4-x^2}$ وليكن (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم

متعامد ومتجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ الوحدة 2 سنتم .

1. بين أن الدالة f معرفة على المجال $[-2 ; 2]$

2. أ. بين أن الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال $] -2 ; 2 [$

ب. أحسب نهاية النسبة $\frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ عندما يؤول x إلى 2 بقيم أصغر

ج. هل الدالة f قابلة للإشتقاق عند 2 من اليسار .

د. أدرس قابلية إشتقاق الدالة f عند (-2) من اليمين .

3. أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4. عين نصفي المماسين للمنحني (C) في النقطتين اللتين فاصلتاها -2 و 2 .

5. أرسم المنحني (C) و نصفي المماسين .

التمرين الرابع : (05ن) (الإستمراية والإشتقاق)

1. a عدد حقيقي و f دالة معرفة في a المقترح التالي " إذا كانت الدالة f مستمرة في a فهي قابلة للإشتقاق عند a " هل هو صحيح أم خاطئ؟ إذا كان صحيحا فبرهن ؛ و إذا كان خاطئا فأعط مثال مضاد .

2. f هي دالة معرفة على المجال $[1 ; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1}{3x^3}$

و g هي الدالة المعرفة على المجال $[1 ; +\infty[$ بـ : $g(x) = 2f(x) - 2f'(x) - x^2 f''(x)$.
التأكيد التالي " الدالة g ثابتة على المجال $[1 ; +\infty[$ " هل صحيح أم خاطئ؟ برر جوابك بالحساب .

3. h هي الدالة المعرفة على المجال $]\frac{\pi}{2} ; 0[$ بـ : $h(x) = \frac{1}{2 \tan(x)}$

من بين الإقتراحات التالية ؛ إختار التي هي صحيحة :

$$h\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3 \quad \boxed{4} \quad ; \quad h'(x) = \frac{-2\cos(x)}{\sin^3(x)} \quad \boxed{3} \quad ; \quad h'(x) = \frac{-2}{\tan^3(x)} \quad \boxed{2} \quad ; \quad h'(x) = \frac{-2 - 2\tan^2(x)}{\tan^3(x)} \quad \boxed{1}$$

مع التبرير .

4. f هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = \sin(x^2 + 1)$ من بين الإقتراحات التالية ؛ إختار التي هي صحيحة :

$$f'(x) = \cos(x^2 + 1) \quad \boxed{4} \quad ; \quad f'(x) = 2x \cos(x^2 + 1) \quad \boxed{2} \quad ; \quad f'(x) = -2x \cos(x^2 + 1) \quad \boxed{1}$$

$$\frac{\cos(x^2 + 1)}{2x}$$

مع التبرير .

5. u هي دالة قابلة للإشتقاق على \mathbb{R} و g حيث $g(x) = u(2x^2 - 3x)$ من بين الإقتراحات التالية ؛ إختار التي هي صحيحة :

$$g'(x) = (4x - 3) \times u'(2x^2 - 3x) \quad \boxed{2} \quad ; \quad g'(x) = u'(2x^2 - 3x)$$

1

$$g'(x) = (4x - 3) \times u'(x) \quad \boxed{4} \quad ; \quad g'(x) = 4x \times u'(2x^2 - 3x)$$

3

مع التبرير.

