

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين: الموضوع الأول

تمرين 1: (8نقط)

$$(I) \quad f \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R} - \{\ln 2\} \text{ بـ } f(x) = x + \frac{e^x}{2(e^x - 2)}$$

(C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) . الوحدة: 2cm.

1. أدرس نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها. 1.....
2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها. 1.....
- 3 * بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{\ln 2\}$ فإن: $f(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{1}{e^x - 2}$ 0.5.....
- * بين أن المنحني (C) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين يطلب تعيين معادلتيهما. 1.....
4. حدد وضعية المنحني (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + \frac{1}{2}$ 0.5.....
5. بين أن النقطة $I \left(\ln 2, \ln 2 + \frac{1}{4} \right)$ هي مركز تناظر للمنحني (C). 0.5.....
6. بين أن المعادلة $f(x) = -1$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-1; 0]$ 0.5.....
7. برهن على وجود مماسين للمنحني (C) معامل توجيه كل منهما -2. 0.5.....
8. أنشئ المنحني (C). 1.....
9. حل المعادلة $f(x) = x + m$ (m عدد حقيقي). تحقق من النتائج بيانيا. 0.5.....
10. أحسب بـ cm^2 المساحة A لمجموعة النقط $M(x; y)$ من المستوي حيث: $\ln 3 \leq x \leq \ln 5$ و $x + \frac{1}{2} \leq y \leq f(x)$.

تمرين 2: (4 نقط)

نعتبر في المجموعة \mathbb{C} كثير الحدود $P(z) = z^3 + (-2 + \sqrt{2})z^2 + 2(1 - \sqrt{2})z + 2\sqrt{2}$ حيث:

1. بين أنه يوجد عدنان حقيقيان a, b حيث من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z + \sqrt{2})(z^2 + az + b)$ 0.5.....
2. حل المعادلة $P(z) = 0$. أكتب الحلول على الشكل المثلثي. 1.....
3. أنشئ النقط A, B, C التي لواحقها $z_1 = -\sqrt{2}$, $z_2 = 1 + i$, $z_3 = 1 - i$. 0.5.....
- ما طبيعة المثلث ABC ? بين أن النقط A, B, C تنتمي إلى نفس الدائرة. 0.5.....
4. عين عددا حقيقيا θ حيث $z_1 = e^{i\theta} z_2$. فسر النتيجة بيانيا. أكتب $\left(\frac{z_2}{z_1} \right)^{2009}$ على الشكل الجبري. 0.5.....
5. أحسب $z_2 - z_1$ و $z_3 - z_1$ بدلالة z_1 و $e^{i\theta}$. 0.5.....
- عين الطويلة و عمدة للعدد $\frac{z_2 - z_1}{z_3 - z_1}$ ثم استنتج قياسا للزاوية $(\overline{AC}, \overline{AB})$. 0.5.....

تمرين 3: (4 نقط)

الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط $A(1,2,2)$ ، $B(1,0,1)$ ، $C(3,2,1)$ والمستوي (P)

$$\begin{cases} x = -3 + t \\ y = -4 - t \\ z = 1 \end{cases} \quad \text{ذو المعادلة : } z = 1 \text{ ، النقطة } D \text{ هي المسقط العمودي للنقطة } A \text{ على المستوي } P \text{ ، } \Delta \text{ هو المستقيم المعروف بـ:}$$

$$(S) \text{ ، هي الكرة المعرفة بـ: } x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0 \quad (t \in \mathbb{R})$$

من بين الأجوبة المقترحة ، اختر الجواب الصحيح مع التبرير .

| (أ) | (ب) | (ج) | (د) |
|---------------------------------|---|--|--|
| 1. المستقيم (BC) | يقطع المستوي P | يوازي المستوي P | عمودي على المستوي P |
| 2. إحداثيات النقطة D | $(1,1,2)$ | $(1,2,1)$ | $(1,2,0)$ |
| 3. تمثيل وسيطي $\perp (BC)$: | $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + t \\ z = -3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ | $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2t \\ z = 1 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ | $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ |
| 4. المستقيمان Δ و (BC) | متوازيان تماما | منطبقين | ليسا من نفس المستوي |
| 5. الكرة (S) | تمس A | يقطعها P | مركزها ينتمي إلى P |

تمرين 4: (4نقط) f دالة معرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{5x-1}{x+3}$.

(C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

(I) أدرس تغيرات الدالة f ثم أنشئ منحناها (C). إستنتج حصرا لـ $f(x)$ في المجال $[1; 2]$ 0.5

(II) (u_n) هي المتتالية المعرفة بـ $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3}$.

(1) أحسب u_1 ثم أنشئ بيانيا الحدين u_2 ، u_3 ماتخمينك حول تقارب المتتالية (u_n) ؟ 0.5

(2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n \leq 2$ 0.5

(3) برهن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما . هل (u_n) متقاربة ؟ 0.5

(4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ : $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$

(5) أثبت أن (v_n) متتالية حسابية يطلب أساسها r . هل (v_n) متقاربة ؟ 0.5

(6) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n . أثبت التخمين السابق 0.5

(7) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ 0.5