

الموضوع الثاني

تمرين 1: (8نقط)

$$f(x) = \frac{4x^3 - 12x^2 + 9x}{(2x-1)^2} : \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

(C_f) تمثيلها في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس .

(1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها . 0.5.....

(2) عين عددين حقيقيين a و b بحيث يكون : $f(x) = x + a + \frac{b}{(2x-1)^2}$ من أجل كل x من $\mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$. 0.5.....

(3) أحسب $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-2)]$ ، فسر هندسيا النتيجة المحصل عليها . 0.5.....

حدد وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (d) ذو المعادلة : $y = x-2$. 0.5.....

(4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ يكون : $f'(x) = \frac{(2x-3)(\alpha x^2 + \beta)}{(2x-1)^3}$

حيث α و β عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما . 0.5.....

(5) أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها . 1.....

(6) عين نقط تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل . 0.5.....

(7) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) عند نقطته التي فاصلتها 0 . أرسم (C_f) . 1.5.....

(8) λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 2$. أحسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي

معادلاتها : $x = \lambda$ ، $x = 2$ ، $y = x-2$ ، أحسب $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$. 1.....

$$g(x) = \frac{-4|x|^3 + 12x^2 - 9|x|}{(2|x|-1)^2} : \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\}$$

أ . بين أن الدالة g زوجية ، ثم أكتب عبارة $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة . 0.5.....

ب . شكل جدول تغيرات الدالة g ، ثم أرسم المنحني الممثل لها (C_g) . 1.....

تمرين 2: (4.5 نقط)

$$\begin{cases} U_0 = -\frac{5}{4} \\ U_{n+1} = (2+U_n)^2 - 2 \end{cases} : \text{متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي } n$$

(1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $-2 < U_n < -1$. 1.....

(2) بين أن (U_n) متناقصة ، أستنتج أن (U_n) متقاربة و حدد نهايتها . 1.....

(3) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب : $V_n = \ln(U_n + 2)$.

أ . بين أن (V_n) هندسية يطلب أساسها و حدها الأول . 1.....

ب . أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n . 0.5.....

ج . أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$. 1.....

تمرين 3: (4.5 نقط)

الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

نعتبر النقط $C(2,1,1)$ ، $B(1,0,1)$ ، $A(3,0,0)$

- 1 . بين أن النقط A ، B ، C ليست في إستقامة . 0.5.....
- 2 . نعتبر المستوي (P) الذي يشمل النقط A ، B ، C .
بين أن المعادلة : $x - y + 2z - 3 = 0$ هي معادلة للمستوي (P) . 0.5.....
- 3 . أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و العمودي على المستوي (P) . 0.5.....
- 4 . (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z - 2 = 0$
بين أن (S) هو سطح كرة يطلب تعيين مركزها ω و نصف قطرها r . 1.....
- 5 . لتكن (E) الدائرة في المستوي (P) التي مركزها A و تشمل النقطة B .
أ . تحقق أن النقطة ω تنتمي إلى المستقيم (Δ) . 0.5.....
ب . بين أن الدائرة (E) محتواة في سطح الكرة (S) . 0.5.....
- 6 . m وسيط حقيقي . ليكن (P_m) المستوي ذو المعادلة : $mx - y + 2z + 2m - 5 = 0$
عين المستويات (P_m) التي تماس سطح الكرة (S) . 1.....

تمرين 4: (3نقط)

نعتبر الأعداد المركبة u ، v ، z حيث : $u = 12 - 12i\sqrt{3}$ ، $v = -6\sqrt{3} + 6i$ ، $z = \frac{u}{v}$

أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل .

- (1) $|u| = 24$ و $\arg u = \frac{5\pi}{3} + 2\pi k$ 0.75.....
- (2) $|v| = 12$ و $\arg v = \frac{7\pi}{6} + 2\pi k$ 0.75.....
- (3) إذا كان n عدد طبيعي مضاعف للعدد 3 فإن u^n عدد حقيقي سالب 0.5.....
- (4) $z^4 + \bar{z}^4$ هو عدد حقيقي سالب . 0.5.....
- (5) $z = -\sqrt{3} + i$ 0.5.....