الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية الطارف

ثانوية الشهيد محمد بوعيمي

الشعبة: العلوم التجريبية — المدة: 03 ساعات ونصف

اختبار في مادة: الرياضيات — 2009//2008

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

تمرين1 : (8نقط)

I) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=-2\ln x-xe+1$

1. أدرس نهاية الدالة g عند 0 و عند $+\infty$ 1

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g 0.5

3.* بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0.5\,;1]$ 0.5

* أعط حصرا لـ α سعته 0.1 ..... 0.5

4. أستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x 0.5

II) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{\ln x+xe}{x^2}$

(C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب نهاية الدالة f عند 0 و عند $+\infty$ 1

2. أحسب $f'(x)$ و تحقق أن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$. استنتج تغيرات الدالة f 1.5

3. شكل جدول تغيرات الدالة f 0.5

4. بين أن : $f(\alpha)=\dfrac{1+\alpha e}{2\alpha^2}$. أعط حصرا لـ $f(\alpha)$ 1.5

5. أنشئ المنحنى (C) 0.5

تمرين2 : (4.5 نقط)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z)$ حيث : $P(z)=z^4-6z^3+24z^2-18z+63$

1. أحسب $P(i\sqrt{3})$ و $P(-i\sqrt{3})$ 0.5

2. بين أنه يوجد كثير حدود $Q(z)$ حيث من أجل كل عدد مركب z : $P(z)=(z^2+3)Q(z)$ 0.5

3. حل المعادلة $P(z)=0$ 1

4. أنشئ النقط A,B,C,D التي لواحقها $z_A=i\sqrt{3}$ ، $z_B=-i\sqrt{3}$ ، $z_C=3+2i\sqrt{3}$ ، $z_D=\overline{z_C}$ 0.5

أ) عين لاحقة النقطة G منتصف $[DC]$ 0.5

ب) بين أن النقط A,B,C,D تنتمي إلى دائرة مركزها G يطلب تعيينها 0.5

ج) لتكن النقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة إلى O . بين أن : $\dfrac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ 0.5

ما طبيعة المثلث BEC ؟ 0.5

تمرين3 : (4.5 نقط)

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

ليكن المستوي (P_1) الذي معادلته $-2x+y+z-6=0$ و ليكن المستوي (P_2) الذي معادلته $x-2y+4z-9=0$

1) بين أن (P_1) و (P_2) متعامدان 0.5

2). ليكن (D) تقاطع (P_1) و (P_2) .

بين أن (D) له تمثيل وسيطي من الشكل : $x=-7+2t$ ، $y=-8+3t$ ، $z=t$ $(t\in\mathbb{R})$ 0.75

3). لتكن النقطة $A(-9,-4,-1)$ و M نقطة من (D) .

أ) بين أن A لاتنتمي إلى (P_1) و لاتنتمي إلى (P_2) 0.5

ب) عبر عن AM^2 بدلالة t 0.75

ج) لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(t)=2t^2-2t+3$. ادرس تغيرات الدالة f 0.75

ما هي النقطة M التي تكون من أجلها المسافة AM أقل مايمكن ؟ نرمز لهذه النقطة بـ I 0.25

د) ليكن (Q) المستوي العمودي على (D) و المار من A . أكتب معادلة لـ (Q) 0.5

هـ) بين أن النقطة I هي المسقط العمودي للنقطة A على (D) 0.5

تمرين4 : (3نقط)

(U_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ :
$$\begin{cases} U_0=1 \\ U_{n+1}=\dfrac{1}{2}U_n+n-1 \end{cases}$$

و المتتالية (V_n) المعرفة بـ : $V_n=4U_n-8n+24$ و المجموع S_n حيث : $S_n=u_0+u_1+.....+u_n$

أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل .

1) المتتالية (V_n) هندسية متزايدة 1

2) من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n=7\left(\dfrac{1}{2}\right)^n+2n-6$ 0.5

3) المتتالية (U_n) هي مجموع متتاليتين إحداهما حسابية و الأخرى هندسية 0.5

4) $S_n=n^2-5n+8-\dfrac{7}{2^n}$ 0.5

5) $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n=+\infty$ 0.5