

اختبار في مادة الرياضيات

على كل مترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين



التمرين الأول :

لتكن  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة بـ :  $u_0 = 4$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2}$ .

(1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن :  $u_n > 3$ .

ب) برهن أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما ثم استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة . عين نهاية المتتالية  $(u_n)$ .

(2) نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة بـ :  $v_n = u_n - 3$ .

أ) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$ .

ب) أحسب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$ .

ج) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 3$  ثم أحسب نهاية المتتالية  $(u_n)$ .

د) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $S_n = \sum_{k=0}^n u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ .

بين أن  $S_n = 3n + 5 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .

التمرين الثاني :

كثير الحدود للمتغير الحقيقي  $x$  حيث :  $P(x) = -x^3 + 2x^2 + x - 2$

(1) أحسب  $P(1)$  ثم عين الأعداد الحقيقية  $a, b, c$  و بحيث يكون :  $P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$ .

(2) حل في المجموعة  $\mathbb{R}$  المعادلة  $P(x) = 0$ .

(3) استنتج حلول المعادلتين :

$$(E^1) : -3^{3x} + 2 \times 3^{2x} = 2 - 3^x \quad (E) : -(\ln(x))^3 + 2(\ln(x))^2 + \ln(x) - 2 = 0$$

التمرين الثالث :

في حالة بعض الأمراض، يقوم الأطباء البيطريين بحساب جرعة الدواء من الأدوية وفقا لمساحة سطح جسم الحيوان. في

الجدول التالي يعطي مساحة سطح الجسم بالمتر مربع وفقا للوزن بالكلغ .

$kg$	$x_i$	4	8	12	20	24	28
$m^2$	$y_i$	0.25	0.40	0.64	0.47	0.84	0.93
	الحيوان						

(1) مثل سحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$  لهذه السلسلة في معلم متعامد . ( على محور الفواصل  $2cm$  لكل  $1kg$  و على

محور الترتيب  $10cm$  لكل  $1m^2$ )

(2) عين إحداثيي النقطة المتوسطة  $G$  لسحابة النقط . ومثلها في المعلم السابق .

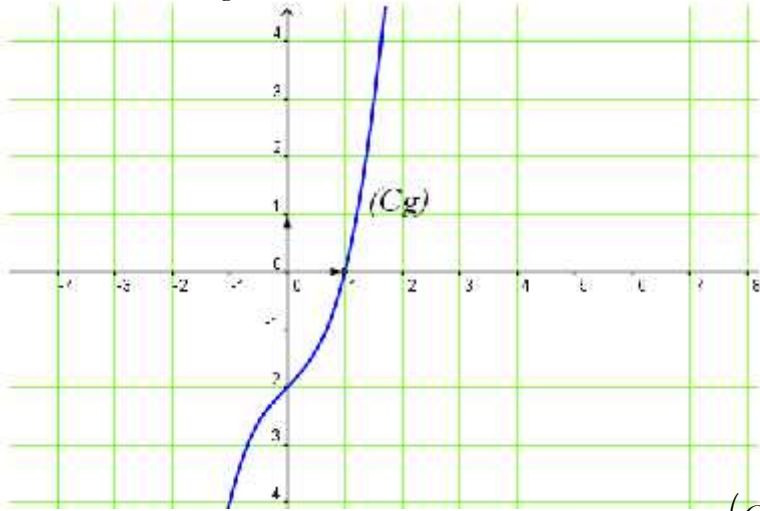
(3) لتكن  $y = ax + b$  معادلة ( $d$ ) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا

(أ) جد معادلة المستقيم ( $d$ ) ومثله في المعلم السابق . . (تعطى النتائج بالتقريب الى  $10^{-3}$ )

(ب) باستعمال التعديل الخطي السابق عين مساحة سطح جسم الحيوان الذي وزنه  $32kg$ .

التمرين :

I.  $(C_g)$  التمثيل البياني لدالة عددية  $g$  معرفة على المجموعة  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = x^3 + x - 2$



بقراءة بيانية أجب على ما يلي:

(1) عين حلول المعادلة  $g(x) = 0$ .

(2) عين حلول المتراجحة  $g(x) < 0$ .

(3) شكل جدول اشارة  $g(x)$  من أجل  $x \in \mathbb{R}$ .

II. نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجموعة

$$f(x) = x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} : \mathbb{R}^*$$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف .

(2) بين أنه من أجل  $x \in ]-\infty; 0[ \cup ]0; +\infty[$  فان :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  و شكل جدول تغيراتها .

(4) (أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = x$  مقارب مائل للمنحني  $(C_f)$  عند  $-\infty$  و عند  $+\infty$ .

(ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني  $(C_f)$  بالنسبة الى  $(\Delta)$ .

(ج) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $-1.4 < \alpha < -1.3$ .

(5) أكتب معادلة ديكارتية للمماس  $(T)$  للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $-1$

(6) أرسم المستقيم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

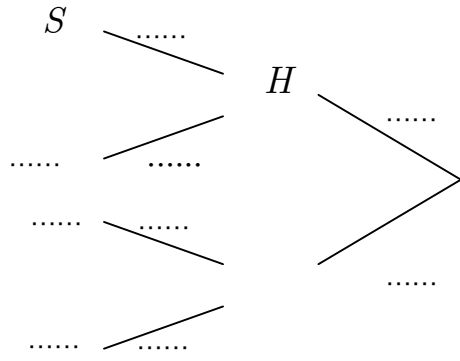
(7) لتكن الدالة العددية  $H$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ :  $H(x) = \ln(x) + \frac{1}{x}$

(أ) بين أن الدالة  $H$  هي دالة أصلية للدالة  $h$  حيث  $h(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

(ب) أحسب بـ  $cm^2$  المساحة  $A$  للحيز المستوي المحدد بالمنحني  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  و المستقيمين :

$$x = e, x = 1$$





(1) أكمل شجرة الاحتمالات التالية :

(2) أحسب احتمال الحوادث التالية :

- (أ) السائح المختار رجل .  
 (ب) السائح المختار امرأة تمارس رياضة .  
 (ج) سائح لا يمارس أية رياضة .  
 (د) السائح المختار يمارس رياضة علما أنه رجل .

التمرين :

I. نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  :  $g(x) = x^2 - 1 + \ln(x)$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$  .

(2) أحسب عبارة الدالة المشتقة الأولى  $g'(x)$  و أدرس اشارتها .

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة  $g$  وشكل جدول تغيراتها .

(4) أحسب  $g(1)$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$  .

II.  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x)}{x}$  وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  .

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  ،  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  .

(3) عين إشارة  $f'(x)$  و شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

(4) بين أن المستقيم  $(d)$  ذي المعادلة  $y = x - 1$  مقارب مائل للمنحني  $(C_f)$  عند  $+\infty$  . ثم أدرس الوضعية النسبية

للمنحني  $(C_f)$  بالنسبة الى المستقيم  $(d)$  .

(5) أحسب  $f(3)$  ثم أرسم  $(d)$  و  $(C_f)$  .

(6) نعتبر الدالة العددية  $H$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  :  $H(x) = \frac{1}{2}(\ln(x))^2$  .

(أ) بين أن الدالة  $H$  هي دالة أصلية للدالة  $h$  حيث :  $h(x) = \frac{\ln(x)}{x}$  على المجال  $]0; +\infty[$  .

(ب) أحسب بـ  $cm^2$  المساحة  $A$  للحيز المستوي المحدد بالمنحني  $(C_f)$  و المستقيم  $(d)$  و المستقيمين :

$$x = e, x = 1$$