الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية الحسن ابن الهيثم

الامتحان التجريبي لشهادة البكالوريا دورة جوان 012! الشعب : **رياضيات**

اختبار في مادة : **الرياضيات** المد : **4(ساعات ونصف**

<u>على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين</u>

<u>الموضوع الأول : (20 نقط)</u>

<u>التمرين الأول</u>:(4 نقاط)

عين في كل حالة من الحالات الثلاثة الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الأربعة مع التعليل

المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z و التي تحقق $Z = 1 - 2i + e^{i\theta}$ حيث θعدد حقيقي
   أ. (E)مستقيم يشمل النقطة ذات اللاحقة $2 - 2i$ **ب.** (E) دائرة لاحقة مركزها $-1 + 2i$ ونصف قطرها 1
   ج. (E) دائرة لاحقة مركزها $1 - 2i$ ونصف قطرها 1 **د.** (E) دائرة لاحقة مركزها $1 - 2i$ ونصف قطرها $\sqrt{5}$
2. لتكن (F) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z و التي تحقق $|Z - 1 + i| = |Z + 1 + 2i|$
   نعتبر النقط A, B و C ذات اللواحق $1 - i$, $-1 + 2i$ و $-1 - 2i$ على الترتيب
   أ. C نقطة من (F) **ب.** (F) محور القطعة $[AB]$
   ج. (F) محور القطعة $[AC]$ **د.** (F) دائرة قطرها $[AB]$
3. نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : $|Z|^2 + Z = 7 + i$
   المعادلة تقبل : **أ.** حلان متمايزان جزءهما التخيلي 1 **ب.** حل حقيقي
   ج. حلان متمايزان أحدهما فقط جزءه التخيلي 1 **د.**حل جزءه التخيلي 2

<u>التمرين الثاني:</u> (4 نقاط)

1. أ.ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 9
   ب. بين أن $(1433)^{2012} \equiv 4[9]$
2. أ.اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n $(10)^n \equiv 1[9]$
   ب. نرمز بـ N إلى عدد طبيعي مكتوب في النظام ذو الأساس عشرة ونسمي S مجموع أرقامه اثبت أن $N \equiv S[9]$
3. نضع $A = (1433)^{2012}$ ونرمز بـ: B مجموع أرقام A و C مجموع أرقام B و D مجموع أرقام C
   أ. اثبت أن $A \equiv D(9)$
   ب. علما أن $1433 < 10000$ بين أن A بكتب على الأكثر ب 8048 رقم ثم استنتج أن $B \leq 72432$
   ت. بين أن $C \leq 45$
   ث. باستعمال قائمة الأعداد الأقل من 45 عين اكبر قيمة لـ D ثم بين أن $D = 4$

التمرين الثالث: (5 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

النقطة $A(1,-1,3)$ والمستوي (P) الذي معادلته : $x-y+3z=0$

1. أ-عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (OA)
   ب-اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q)العمودي على المستقيم (OA)في النقطة A
   ج- تحقق من أن (P) يوازي المستوي (Q)
2. نعتبر سطح الكرة (S) المماسة للمستوي (Q) في A والتي يقطعها المستوي (P) وفق الدائرة (C) التي مركزها O ونصف قطرها $\sqrt{33}$

أ. بين أن $\omega(a,b,c)$ مركز سطح الكرة (S) ينتمي الى المستقيم (OA) ثم استنتج ان $b=-a$ و $c=3a$
ب. بين أن : $\omega A^2-\omega O^2=33$ ثم استنتج ان $a-b+3c=-11$
ت. استنتج احداثيات ω مركز سطح الكرة (S) ثم احسب نصف قطرها

التمرين الرابع: (7 نقاط)

الهدف من هذا التمرين هوإثبات أن المعادلة $(E):e^x=\frac{1}{x}$ تقبل حلا وحيدا في Rو إنشاء متتالية متقاربة نحو هذا الحل .

الجزء الأول : نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ: $f(x)=x-e^{-x}$

1. بين أن xحل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كان $f(x)=0$
2. دراسة اتجاه تغير الدالة f
   أ. ادرس اتجاه تغير الدالة f على R
   ب. استنتج أن المعادلة (E) تقبل حلا وحيدا في المجموعة R نرمز له بالرمز α.
   ت. بين أن αينتمي إلى المجال $\left[\frac{1}{2},1\right]$
   ث. ادرس إشارة الدالة f على المجال $[0,\alpha]$

الجزء الثاني: نعتبر الدالة g المعرفة على $[0,1]$ بـ: $g(x)=\frac{1+x}{1+e^x}$

1. بين أن المعادلتين $f(x)=0$ و $g(x)=x$ متكافئتان
2. استنتج أن α العدد الحقيقي الوحيد الذي يحقق $g(\alpha)=\alpha$
3. احسب $g'(x)$واستنتج أن الدالة gمتزايدة على المجال $[0,\alpha]$

الجزء الثالث: نعتبر المتتالية (u_n)المعرفة بـ: $u_0=0$ و من اجل كل عدد طبيعي n $u_{n+1}=g(u_n)$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n\le \propto$ و $u_n\le u_{n+1}$
2. استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .
3. نرمز بـ l إلى نهاية المتتالية (u_n) . برر أن $g(l)=l$ ثم استنتج قيمة l .
4. باستعمال الآلة الحاسبة أعط قيمة تقريبية لـ u_4 إلى 10^{-6}

الموضوع الثاني : (20 نقطة)

التمرين الأول:(5 نقاط)

الجزء الأول نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : $(I)\ldots\ldots 0 = 16 - 2z^2 + z^3$.

1. بيّن أن 2 حلا للمعادلة (I) وأنه يمكن كتابة (I) على الشكل $(z-2)(az^2+bz+c)=0$
حيث a و bو c أعداد حقيقية يطلب تعيينها.
2. استنتج حلول المعادلة (I) ثم اكتب الحلول على الشكل الآسي .

الجزء الثاني المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. علّم النقط A، Bو Dذات اللواحق، $z_A = -2 - 2i$ و $z_B = 2$ و $z_D = -2 + 2i$ على الترتيب.
2. احسب اللاحقة z_M للنقطة M حيث $ABMD$ متوازي أضلاع. علّم النقطة M.
3. Eهي صورة M بالدوران الذي مركزه B وزاويته $\frac{-\pi}{2}$؛ F هي صورة M بالدوران الذي مركزه D و زاويته $\frac{\pi}{2}$.
   - ✓ احسب اللاحقة z_E للنقطة E و اللاحقة z_F للنقطة F.ثم علّم E و F.
4. اكتب $\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A}$ على الشكل المثلثي و استنتج طبيعة المثلث AEF.
5. I هي منتصف $[EF]$. عيّن صورة المثلث EBA بالدوران الذي مركزه I و زاويته $\frac{-\pi}{2}$.

التمرين الثاني: (5 نقاط)

1. نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط $A(3,2,6)$ ، $B(1,2,4)$ و $C(4,-2,5)$ والمستوي (P) الذي معادلته : $2x + y - 2z + 4 = 0$
   أ. بين أن النقط A ، B ، C تعين مستويا.
   ب. بين أن المستوي(ABC) هو المستوي (P)
   ت. اثبت أن المثلث ABC قائم.
   ث. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة O ويعامد(P)
   ج. احسب المسافة بين النقطة O والمستوي(P)
   ح. احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$
2. يرمز I الى مركز ثقل المثلث ABC . و G إلى مرجح الجملة $\{(O;3),(A;1),(B;1),(C;1)\}$
   - ✓ بين أن النقطة G تنتمي إلى المستقيم (OI)
   - ✓ احسب المسافة بين النقطة G والمستوي(P)
3. لتكن (Γ)مجموعة النقط M من الفضاء والتي تحقق : $\left\|3\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = 6$
   - ✓ عيّن الطبيعة و العناصر المميّزة للمجموعة (Γ) ثم عين تقاطع (Γ) مع المستوي (P)

التمرين الثالث: (4 نقاط)

a وb عددان طبيعيان غير معدومين حيث $PGCD(a+b;ab)=p$ مع p عدد اولي

1. بين ان p يقسم a^2 .
   - ✓ استنتج ان p يقسم a وان p يقسم b
2. بين ان $PGCD(a;b)=p$
3. a وb عددان طبيعيان حيث $a \leq b$

أ. حل الجملة: $\begin{cases} PGCD(a;b)=5 \\ PPCM(a;b)=170 \end{cases}$

ب. استنتج حلول الجملة : $\begin{cases} PGCD(a+b;ab)=5 \\ PPCM(a;b)=170 \end{cases}$

التمرين الرابع: (6 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{ln(x+3)}{x+3}$

1. أ.بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ثم ادرس إشارة f'
   ب. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$
   ج. شكل جدول تغيرات الدالة f

2. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها العام $u_n=\int_n^{n+1} f(t)dt$
   أ. بين انه إذا كان $n \leq x \leq n+1$ فان $f(n+1) \leq f(x) \leq f(n)$
   ب. بين دون حساب u_n انه من اجل كل عدد طبيعي n , $f(n+1) \leq u_n \leq f(n)$
   ت. استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة يطلب تعين نهايتها

3. نضع من اجل كل عدد طبيعي n , $I_n=\int_0^n f(x)dx$
   أ. احسب I_n

4. نضع من اجل كل عدد طبيعي n , $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_{n-1}$
   أ. احسب S_n . هل المتتالية (S_n) متقاربة ؟