مديرية التربية لولاية الـــــوادي
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي
الشعبة: علوم تجريبية

ثانويات: بوشوشة- 19 مارس 1962
حساني عبد الكريم-السعيد عبد الحي
(دورة: ماي 2014)

اختبار في مادة الرياضيات **المدة: 03 ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضـــوع الأول

التمرين الأول: (04.5 نقط)

أ)حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $(E): (z+\sqrt{3}-1)(z^2-2z+4)=0$

ب)في المستوي المركب المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها:

$z_A = 1-\sqrt{3}$ ، $z_B = 1+i\sqrt{3}$ و $z_C = 1-i\sqrt{3}$.

1-أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي ، ثم بيّن أن $z_B^{2016} + z_C^{2016} = 2^{2017}$.

2- بيّن أن من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $z_B^n + z_C^n$ عدد حقيقي ، ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $z_B^n + z_C^n = 2^n$

3- أعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة العدد المركب $\dfrac{z_A - z_C}{z_A - z_B}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

4- عين اللاحقة z_G للنقطة G منتصف القطعة $[BC]$ ثم احسب الطولين BC و GA

5-نسمي (S) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تتحقق: $BM^2 + CM^2 = 12 ...(1)$

*تحقق أنه من أجل كل نقطة M من المستوي المركب: (1) تكافئ (2) $\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{CM} = 0 ...(2)$

* بين أن النقطة A تنتمي للمجموعة (S) ثم حدّد المجموعة (S) مع إعطاء عناصرها المميزة

* علم بدقة النقط A ، B ، C و G ثم أنشئ المجموعة (S).

التمرين الثاني: (04.5 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(-2;0;1)$ ، $B(1;2;-1)$ و $C(-2;2;2)$.

1 -أ) احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، ثم الطولين AB و AC .

ب) عين قيسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ بالدرجة مقربة إلى الوحدة ، ثم استنتج ان A ، B و C ليست في استقامية.

2- تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي : $2x-y+2z+2=0$.

3- (P) و (P') في الفضاء والمعرفين بمعادلتيهما على الترتيب : $x+y-3z+3=0$ و $x-2y+6z=0$.

بين ان المستقيم (Δ) والمعرف بتمثيله الوسيطي التالي : $\begin{cases} x=-2 \\ y=3t-1 \,;\, t\in\mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$ هو تقاطع المستويين (P) و (P').

استنتج أن المستويات (P) ، (P') و (ABC) تشترك في نقطة واحدة يطلب تعيين احداثياتها.

4-لتكن (S) سطح الكرة والتي مركزها النقطة $\omega(1;-3;1)$ ونصف قطرها 3 .

أ)اكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S).

ب) أدرس تقاطع سطح الكرة (S) والمستقيم (Δ).

جـ) بين أن المستوي (ABC) يمس سطح الكرة (S).

التمرين الثالث (04نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية.

1)**في المستوي المركب المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس** $(O;\vec{u};\vec{v})$ **نعتبر النقط** A ، B و C التي لواحقها:

$z_A = 1+i$ ، $z_B = 3i$ و $z_C = (1-2\sqrt{2}) + i(1-\sqrt{2})$.

النقطة C هي صورة النقطة B بواسطة التشابه المباشر الذي مركزه النقطة A ، ونسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $-\dfrac{\pi}{2}$.

2)**في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس** $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ **المستوي** (P) الذي معادلته $2x+y-z+1=0$ والمستقيم (d) الذي يشمل النقطة $A(2;1;-1)$ و $\vec{u}(1;-1;1)$ شعاع توجيه له لا يشتركان في أية نقطة.

3) نعتبر المتتالية (u_n) **المعرفة على** $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = -3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \dfrac{9}{6-u_n}$.

المتتالية (v_n) **والمعرفة على** $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \dfrac{1}{u_n - 3}$ حسابية حدّها الأول $v_0 = -\dfrac{1}{6}$ **و**اساسها 5

التمرين الرابع (07نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. **الوحدة** $4cm$

I- نعتبر الدالة العددية g **والمعرفة على المجال** $[0;+\infty[$ كمايلي: $g(x) = 1 - xe^x$.

1-عين نهاية الدالة g **عند** $+\infty$.

2-ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α **على المجال** $[0;+\infty[$ يحقق: $0,5 \prec \alpha \prec 1$ ، **ثم استنتج أن:** $e^{\alpha} = \dfrac{1}{\alpha}$.

ب)**استنتج إشارة** $g(x)$ **على المجال** $[0;+\infty[$ وذلك حسب **قيم** x

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{x+1}{e^x+1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ ، **ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى** (C_f)؟.

2- أ) بين أن f قابلة للاشتقاق على مجال تعريفها ، ثم تحقق أن $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(e^x+1)^2}$.

ب) بين أن: $f(\alpha) = \alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3-أ)بيّن أنه من كل عدد حقيقي x **من المجال** $[0;+\infty[$ **فإن:** $f(x) - x = \dfrac{g(x)}{e^x+1}$

ب) **استنتج الوضع النسبي للمنحنى** (C_f) و المستقيم (d) **ذو المعادلة** : $y = x$.

4- انشئ المستقيم (d) **والمنحنى** (C_f)

III-1-بيّن أنه إذا كان $x \in [0;\alpha]$ **فإن** : $f(x) \in [0;\alpha]$.

2- نعتبر المتتالية (u_n) **المعرفة على** $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ)**باستعمل المنحنى** (C_f) والمستقيم (d) **مثل على حامل محور الفواصل الحدود** u_0 ، u_1 ، u_2 **و** u_3 دون حسابها.

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \le u_n \le u_{n+1} \le \alpha$ ، استنتج أن المتتالية (u_n) **متقاربة** وجد نهايتها

الموضــوع الثاني

التمرين الأول (4.5 نقط)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ من المستوي حيث: $z'-1=2i(z-1)$

والتكن النقط A ، B ، C صور الأعداد المركبة: $z_A=1$ ، $z_B=4-i$ ، $z_C=3+i$

1- حدّد طبيعة التحويل S مع إعطاء عناصره المميزة

2- بين أن النقط A ، B ، C تعين مثلثا في المستوي يطلب تعيين لاحقة النقطة G مركز ثقله.

3-أ) عين لاحقتا النقطتين B' و C' صورتي النقطتين، B ، C بالتحويل S

ب) بين أن النقطة G' مركز ثقل المثلث $AB'C'$ هي صورة النقطة G بالتحويل S .

4-ليكن (Δ) مستقيم ذو المعادلة الديكارتية : $x+3y-1=0$.

أ) تحقق أن النقطتين A ، B تنتميان للمستقيم (Δ).

ب) استنتج المعادلة الديكارتية للمستقيم (Δ') صورة المستقيم (Δ) بالتحويل S.

5-أ) بين أنه من أجل كل نقطة M تختلف عن النقطة A :

$$AM'=2AM \text{ و } (\vec{u};\overrightarrow{AM'})=\frac{\pi}{2}+(\vec{u};\overrightarrow{AM}) .$$

ب) بين أنه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى دائرة مركزها A ونصف قطرها 1 فصورتها النقطة M' بالتحويل S تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين عناصرها المميزة.

جـ) حدّد مجموعة النقط M' التي من اجلها النقطة M تمسح محور الفواصل.

التمرين الثاني :(04 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}$.

1) أ- احسب u_1 ، u_2 ، u_3 .، ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \succ 1$.

ب-بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

جـ- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم احسب نهايتها.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n^2-1$

أ- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $2v_{n+1}=v_n$.

ب- استنتج أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول v_0 .

جـ- أكتب بدلالة n ، كلا من v_n و u_n ، ثم أحسب من جديد $\lim_{x\to+\infty} u_n$.

3) احسب بدلالة n كلا من المجاميع التالية :

$$S_n=u_0^2+u_1^2+....+u_n^2 \text{ ، } T_n=v_0+2v_1+....+2^n v_n \text{ و } L_n=\ln v_0+\ln v_1+....+\ln v_n$$

التمرين الثالث (4.5 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ و $C(6;-2;-1)$.

واليكن المستوي (π) والمعرف بالمعادلة الديكارتية : $x+y+z-3=0$

عين العبارة **الصحيحة** والعبارة **الخاطئة** من بين العبارات التالية مع التعليل في كل حالة.

1) المثلث ABC قائم.
2) المستوي (π) عمودي على المستقيم (AB) ويشمل النقطة A.
3) المستوي (P) العمودي على المستقيم (AC) ويشمل A له معادلة ديكارتية من الشكل: $x-z=1$.
4) المستويان (π) و (P) متقاطعان وفق مستقيم $\vec{k}$ شعاع توجيه له.
5) لتكن D نقطة من الفضاء إحداثياتها $(-1;4;0)$.
أ- المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC).
ب- حجم رباعي الوجوه $ABCD$ يساوي $\frac{\sqrt{131}}{2}(u.v)$

التمرين الرابع: (07 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة هي $2cm^2$

I- الجدول التالي هو جدول تغيرات الدالة العددية g

x	0 $\quad$ 1 $\quad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$ $\quad$ 0 $\quad$ $-$
$g(x)$	0 ↗ .... ↘ ...

والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{2x^2}{x^2+1}-\ln(x^2+1)$

1- أ) احسب $g(1)$ ، ثم تحقق أن: $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$.
ب) أكمل جدول تغيرات الدالة g.
2-أ) علل وجود عدد حقيقي وحيد α على المجال $]1;+\infty[$ بحيث: $g(\alpha)=0$
ثم تحقق: $1,9\prec\alpha\prec 2$
ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ:
$f(0)=0$ ومن أجل كل عدد حقيقي $x\neq 0$: $f(x)=\frac{\ln(x^2+1)}{x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1) بيّن أن: $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=1$ ثم فسر النتيجة هندسيا .
2- أ) بين أن الدالة f فردية .
ب) بيّن أن: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم استنتج $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.
3-أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 0: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$
جـ) شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.
4) اكتب معادلة المماس (Δ) عند النقط ذات الفاصلة 0.
5-أ) بيّن أن: $f(\alpha)=\frac{2\alpha}{\alpha^2+1}$ ، ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.
ب) أنشئ المماس (Δ) ثم المنحنى (C_f) في المعلم السابق.

III- أ) احسب التكامل $A(\alpha)$ والمعرف كمايلي: $A(\alpha)=\int_0^{\alpha}\frac{g(x)}{x^2}dx$
ب) بين أن: $A(\alpha)=f(\alpha)$