

## الإمتحان التجريبي في مادة الرياضيات

عالج أحد الموضوعين على الخيار

الموضوع الأول

التمرين الأول: (03.5ن)

لتكن  $(E)$  مجموعة الثنائيات  $(x; y)$  من  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  حيث  $11x + 3y = 65$ 1/ عين الثنائية  $(x_0; y_0)$  من المجموعة  $(E)$  والتي تحقق  $2x_0^2 - 3y_0 = 11$ 2/ حل في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة  $11x + 3y = 65$ 3/ عين الثنائيات  $(x; y)$  من  $(E)$  حيث  $x > -5$  و  $y > -5$ 

التمرين الثاني: (05ن)

المستوي المرب منسوب لمعلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  ، نعتبر النقاط  $A; B; C; D$  لواحقتها على الترتيب

$$z_D = -9 + 3i ; z_C = 2 - 3i ; z_B = 2 ; z_A = 3i$$

1/ أكتب العبارة المربعة للتشابه مباشر  $S$  الذي يحول النقطة  $C$  إلى النقطة  $A$  ويحول النقطة  $B$  إلى النقطة  $D$ 2/ (أ) أثبت أن  $\Omega(0; -3)$  مركز التشابه  $S$  و عين فسبته  $k$  وزاويته „ب) ما طبيعة المثلث  $\Omega AC$ 3/ (أ) عين لاحقة النقطة  $G$  مرجح الجملة  $(A; 1); (\Omega; 2); (C; -2)$ 

$$|z - z_A|^2 + 2|(z - z_\Omega)|^2 = 25 + 2|z - z_C|^2 \text{ حيث } z \text{ ذات اللاحقة } M$$

التمرين الثالث: (04.5ن)

الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  نعتبر النقط  $A(1; 1; 2); B(-1; 0; -2); C(-1; 0; -6)$ 1/ ليكن  $(p)$  مجموعة النقط  $M(x; y; z)$  من الفضاء حيث  $MA^2 - MB^2 = 1$ بين أن  $(p)$  هو مستوي يطلب إعطاء معادلته

2/ لتكن  $(S)$  مجموعة النقط من الفضاء حيث  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 6 = 0$

بين أن  $(S)$  هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها  $\Omega$  ونصف قطرها  $R$

3/ نقطة  $G$  من الفضاء معرفة بالعلاقة  $\vec{GA} - \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

أ) عين إحداثيات النقطة  $G$  ثم تأكد أنها تنتمي إلى المجموعة  $(S)$   
ب) أكتب معادلة للمستوي  $(q)$  الذي يمس سطح الكرة  $(S)$  في النقطة  $G$

التمرين الرابع (07ن)

I) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 2e^{2x} + 4e^x - 6$

1/ أدرس تغيرات الدالة  $g$  وشكل جدول تغيراتها

2/ حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $g(x) = 0$  ثم إستنتج ثم إستنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$

II) لتكن الدالة  $f$  ذات المتغير الحقيقي  $x$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (x - \frac{1}{2})e^{2x} + 4(x - 1)e^x - 3x^2$

(C) منحناها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد ومتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j})$

1/ بين أنه من أجل  $x \in \mathbb{R}$  فإن  $f'(x) = xg(x)$

2/ أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3/ أدرس تغيرات الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها

4/ إستنتج وجود نقطة إنعطاف  $I$  للمنحنى (C) يطلب تعيينها ثم أكتب معادلة المماس  $(\Delta)$  للمنحنى (C) عند  $I$

5/ برهن أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حل وحيد  $r \in \left] \frac{1}{2}; 1 \right[$

6/ أنشئ المماس  $(\Delta)$  والمنحنى (C)

## الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04ن)

1/ حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة  $z^2 - 6z + 18 = 0$

2/ ليكن العدد المركب  $z_1 = 3 - 3i$

أ) أكتب العدد  $z_1$  على الشكل الأسّي

ب) نعتبر العدد المركب  $z_3$  حيث:  $z_1 z_3 = 6(\cos \frac{f}{12} + i \sin \frac{f}{12})$

ت) استنتج قيمتي العددين  $\cos \frac{f}{12}$  و  $\sin \frac{f}{12}$

3/ في المستوي المربى المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  نعتبر النقاط  $A; B; C$  لواحقها على الترتيب:

$$z_C = 6 ; z_B = 3 - 3i ; z_A = 3 + 3i$$

أ) عين زاوية الدوران الذي مركزه  $O$  ويحول النقطة  $A$  إلى النقطة  $B$

ب) ما طبيعة الرباعي  $OACB$

التمرين الثاني: (05ن)

الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  نعتبر النقاط  $D(1;1;-2); C(0;-2;3); B(-1;2;4); A(2;1;-1)$  والمستوي  $(P)$  ذي المعادلة  $x - 2y + z + 1 = 0$

بين صحة أو خطأ العبارات التالية مع التبرير في كل حالة

1/ النقاط  $A; B; C$  تعين مستوي

2/  $x + 8y - z - 11 = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوي  $(ABD)$

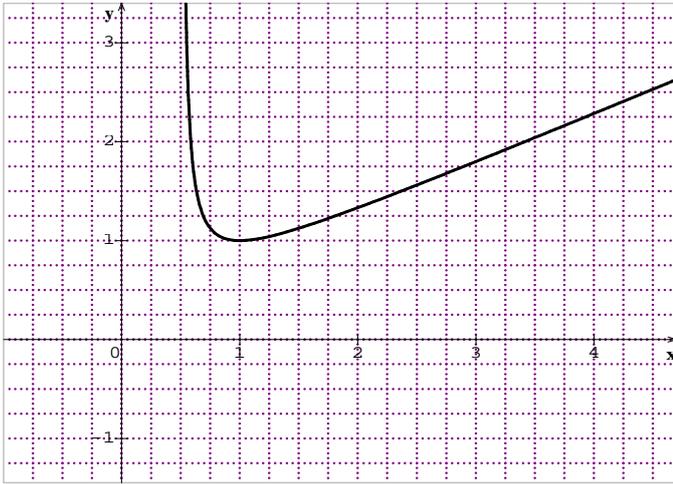
$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$$

3/ التمثيل الوسيطى للمستقيم  $(AC)$  هو:

4/ سطح الكرة التي مركزها  $D$  ونصف قطرها  $\frac{\sqrt{6}}{2}$  تمس المستوي  $(P)$

5/ النقطة  $E(-\frac{4}{3}; \frac{2}{3}; \frac{5}{3})$  هي المسقط العمودي للنقطة  $C$  على المستوي  $(P)$

التمرين الثالث: (04ن)



دالة معرفة على المجال  $g(x) = \frac{x^2}{2x-1} : ]\frac{1}{2}; +\infty[$  بـ

(C) تمثيلها البياني مرسوم في الشكل المقابل

1/ بين أنه من أجل  $x > 1$  فإن  $g(x) > 1$

2/ نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بـ  $u_0 = 4$  و  $u_{n+1} = g(u_n)$

(أ) أعد رسم الشكل على ورقة الإجابة ثم أنشئ المستقيم الذي

معادلته  $y = x$  ثم علم على محور الفواصل الحدود  $u_3, u_2, u_1, u_0$

(ب) ضع تخميناً حول تغيرات وتقارب المتتالية  $(u_n)$

3/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n > 1$

4/ بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماماً

5/ استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة وحدد نهايتها

التمرين الرابع: (07ن)

(I) دالة عددية معرفة على  $]0; +\infty[$  بـ  $g(x) = \frac{x+1}{2x+1} - \ln x$

1/ عين  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  ثم  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

2/ أدرس إتجاه الدالة  $g$  وشكل جدول تغيراتها

3/ بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حل وحيد  $1.8 < r < 1.9$  واستنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$

(II) دالة عددية معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ  $f(x) = \frac{2 \ln x}{x^2 + x}$ ، منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1/ أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  وفسر النتائج بيانياً

2/ (أ) بين أنه من أجل كل  $x \in ]0; +\infty[$   $f'(x) = \frac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2} \times g(x)$

(ب) استنتج إتجاه تغير  $f$  وأنشئ جدول تغيراتها

(ت) بين أن  $f(r) = \frac{2}{r(2r+1)}$  ثم أعط حصراً لـ  $f(r)$

3/ أنشئ المنحنى (C)