التصحيح :(الموضوع الأول)

التمرين الأول: $11x+3y=65$

/1
$$\begin{cases}11x_0+3y_0=65\\ 2x_0^2-3y_0=11\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x_0^2+11x_0-76=0\\ 3y_0=2x_0^2-11\end{cases}$$

$$\Delta=(11)^2-4(2)(-76)=729 \qquad \sqrt{\Delta}=27$$

$$x_0=\frac{-11-27}{4}=\frac{38}{4}\notin\mathbb{Z}$$

$$x_0=\frac{-11+27}{4}=4$$

$$3y_0=2(4)^2-11\Rightarrow y_0=\frac{21}{3}=7$$

$$(x_0;y_0)=(4;7)$$

/2
$$\begin{cases}11x+3y=65\\ 11(4)+3(7)=65\end{cases}\Rightarrow 11(x-4)=-3(y-7)$$

$$3\big/11(x-4)\xrightarrow{GAUS}3\big/x-4\Rightarrow x=3k+4$$

$$11\big/-3(y-7)\xrightarrow{GAUS}11\big/-y+7$$
$$\Rightarrow y=-11k+7$$

$$s=\{(x;y)/x=3k+4;y=-11k+7\ \ k\in\mathbb{Z}\}$$

/3
$$\begin{cases}3k+4>-5\\ -11k+7>-5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3k>-9\\ -11k>-12\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}k>-3\\ k<\frac{12}{11}\end{cases}$$

$$\boxed{\begin{array}{l}k\in\{-2,-1,0,1\}\\ \Rightarrow(x;y)\in\{(-2;29);(1;18);(4;7);(7;-4)\}\end{array}}$$

التمرين الثاني :

$$z_A=3i\ \ ;z_B=2\ ;z_C=2-3i\ \ ;z_D=-9+3i$$

/1
$$\begin{cases}z_A=az_C+b\\ z_D=az_B+b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3i=a(2-3i)+b\\ -9+3i=a(2)+b\end{cases}$$ بالطرح

$$\begin{cases}9=-3ia\\ -9+3i=2a+b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{9}{3i}=-3i\\ b=-9-3i\end{cases}$$

$$\boxed{z'=3iz-9-3i}$$

/2أ)

$$3i(z_\Omega)-9-3i=3i(-3i)-9-3i$$
$$=9-9-3i=z_\Omega$$

إذن $\Omega(0;-3)$ مركز التشابه

ونسبته $k=|3i|=3$ وزاويته $- = \arg(3i)=\frac{®}{2}$

ب) المثلث ΩAC قائم في Ω

/3 أ)

$$z_G=\frac{z_A+2z_\Omega-2z_C}{1+2-2}=\frac{3i+2(-3i)-2(2-3i)}{1}$$
$$=3i-4\Rightarrow G(-4;3)$$

ب)

$$|z-z_A|^2+2|(z-z_\Omega)^2|-2|z-z_C|^2=25$$
$$MA^2+2M\Omega^2-2MC^2=25$$
$$(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA})^2+2(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{G\Omega})^2$$
$$-2(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC})^2=25$$
$$MG^2+GA^2+2G\Omega^2-2GC^2$$
$$+2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{G\Omega}-2\overrightarrow{GC})=25$$

$$GA^2=16;G\Omega^2=52;GC^2=72$$

$$MG^2+16+104-144=25$$
$$MG^2=49$$

دائرة مركزها G ونصف قطرها $r=7$

التمرين الثالث :

/1

$$MA^2 - MB^2 = 1$$
$$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2 -$$
$$(x+1)^2+(y-0)^2+(z+2)^2 = 1$$
$$-4x-2y-8z=0$$

إذن (p) مستوي معادلته $-4x-2y-8z=0$

/2 $R=\sqrt{\dfrac{(-2)^2+(-2)^2+(-2)^2-4(-6)}{4}}=3$

$\Omega(1;1;1)$

/3أ)

$$G\left(\frac{1+1-1}{1};\frac{1-0-2}{1};\frac{2+2-6}{1}\right);G(1;-1;-2)$$

G تحقق معادلة (S)

ب) الشعاع $\overrightarrow{\Omega G}$ شعاع ناظمي للمستوي (q)

$\overrightarrow{\Omega G}(0;-2;-3)$

$$0x-y-3z+d=0$$
$$0(1)-(-1)-3(-2)+d=0 \Rightarrow d=-7$$

المعادلة هي $-y-3z-7=0$

التمرين الرابع: I)

$$g(x)=2e^{2x}+4e^x-6$$

/1 $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-6\ ;\ \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

$$g'(x)=4e^{2x}+4e^x=4e^x(e^x+1)>0$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$+$		$+$
$g(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

$$g(x)=0 \Rightarrow 2e^{2x}+4e^x-6=0$$
$$\Rightarrow 2y^2+4y-6=0$$
$$\Delta=16+48=64$$

$$y=\frac{-4-8}{4}=-3\ ;\ y=\frac{-4+8}{4}=1$$

$e^x=1 \Rightarrow x=0$ ‏ ‏ ‏ $e^x=-3$ لاتقبل حل

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

II) /1

$$f'(x)=1e^{2x}+2e^{2x}(x-\frac{1}{2})+4e^x+4e^x(x-1)-6x$$
$$=xg(x)$$

/2 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty\ ;\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\infty$

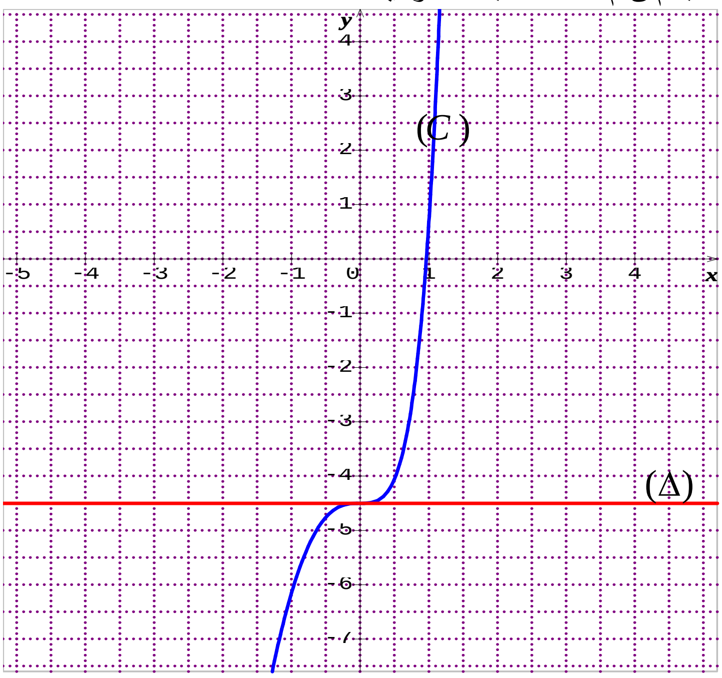
/4 المشتقة انعدمت عند 0 ولم تغير إشارتها النقطة $I(0;-4.5)$ نقطة إنعطاف

$$y=f'(0)(x-0)+f(0)$$
$$y=-4.5$$

/5 الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على $]0.5;1[$

$$f(0.5)f(1)=-4.4\times0.6<0$$

حسب م ق م المعادلة تقبل حل وحيد



الموضوع الثاني

التمرين الأول:

1/

$$z^2-6z+18=0$$

$$\Delta=36-72=-36=36i^2$$

$$z_1=\frac{6-6i}{2}=3-3i\ ;z_2=3+3i$$

2/أ)

$$|z_1|=3\sqrt{2}$$

$$\cos —_1=\frac{3}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\ ;\sin —_1=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$—=-\frac{®}{4}\Rightarrow z_1=3\sqrt{2}e^{-i\frac{®}{4}}$$

ب)

$$r_1r_3=6\Rightarrow r_3.3\sqrt{2}=6\Rightarrow r_3=\sqrt{2}$$

$$—-\frac{®}{4}=\frac{®}{12}\Rightarrow —=\frac{®}{3}$$

$$z_3=\sqrt{2}e^{i\frac{®}{3}}=\sqrt{2}(\cos\frac{®}{3}+i\sin\frac{®}{3})=\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{6}}{2}$$

ت)

$$z_1z_3=(3-3i)(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{6}}{2})$$

$$=\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{3\sqrt{6}}{2}i-\frac{3\sqrt{2}}{2}i+\frac{3\sqrt{6}}{2}$$

$$=\frac{3\sqrt{2}+3\sqrt{6}}{2}+i\frac{3\sqrt{6}-3\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\frac{®}{12}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\ ;\sin\frac{®}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

4/ أ)

$$\frac{z_B-Z_O}{z_A-z_O}=a\Rightarrow a=\frac{3-3i}{3+3i}$$

$$a=\frac{(3-3i)(3-3i)}{(3+3i)(3-3i)}=-i$$

ومنه زاوية الدوران هي $-\frac{®}{2}$

ب) $z_{\overrightarrow{OA}}=3+3i\ ;z_{\overrightarrow{BC}}=z_C-z_B=3+3i$

إذن $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{BC}$ الرباعي $OACB$ مربع

التمرين الثاني :

1/صحيح لأن : $\frac{-3}{-2}\neq\frac{1}{-3}$ $\quad\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix};\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$

2/ صحيح لأن :

$2+8(1)-(-1)-11=0$ النقطة A تحقق المعادلة

$-1+8(2)-(4)-11=0$ النقطة B تحقق المعادلة

$1+8(1)-(-2)-11=0$ النقطة C تحقق المعادلة

3/خطأ لأن النقطة A لاتحق الجملة

4/خطأ لأن:

$$d(D;(p))=\frac{|1-2(1)-2+1|}{\sqrt{6}}=\frac{2}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

5/ خطأ لأن :

$$-\frac{4}{3}-2(\frac{2}{3})+\frac{5}{3}+1=-\frac{8}{3}+\frac{8}{3}=0\Rightarrow E\in(P)$$

$\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix}\frac{4}{3};\frac{1}{3};\frac{-11}{3}\end{pmatrix}$ غير مرتبط خطيا مع $\vec{n}(1;-2,1)$

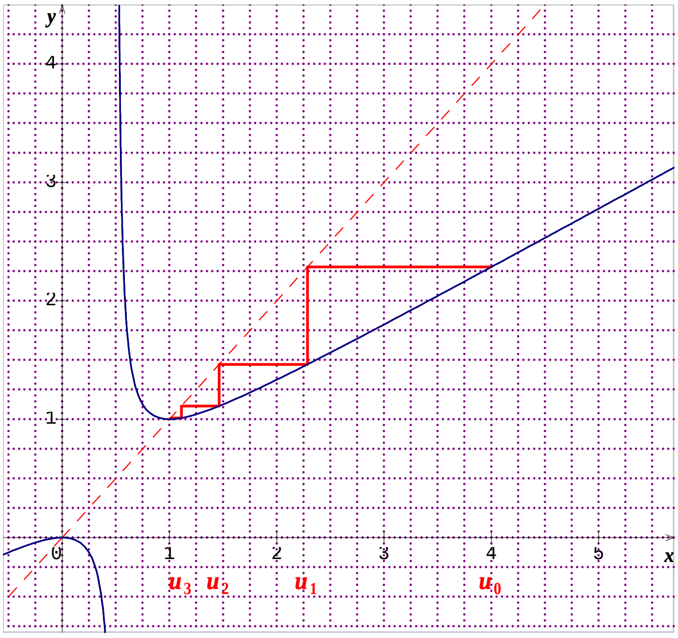
التمرين الثالث :

1/لدينا $g(1)=1$ والدالة g متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$ إذن من أجل $x>1$ فإن $g(x)>1$

2/

ب) المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومقاربة

(أ



3/من أجل $n=0$ لدينا $u_0=4>1$ ص خ

نفرض صحتها من أجل n أي $u_n>1$

نثبت صحتها من أجل $n+1$

$$u_n>1 \Rightarrow f(u_n)>1 \Rightarrow u_{n+1}>1$$

/4

$$u_{n+1}-u_n=\frac{u_n^2}{2u_n-1}-u_n=\frac{-u_n^2+u_n}{2u_n-1}=\frac{u_n(1-u_n)}{2u_n-1}$$

إشارته من إشارة $1-u_n$

$u_n>1 \Rightarrow 1-u_n<0$ المتتالية متناقصة تماما

5/المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة

نفرض $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n=l$

$$\lim_{x\to+\infty} u_{n+1}=\lim_{x\to+\infty} u_n \Rightarrow \frac{l^2}{2l-1}=l$$

بعد حل المعادلة نجد أن : $l=0$ مرفوض و $l=1$

__التمرين الرابع__ :

I) $g(x)=\dfrac{x+1}{2x+1}-\ln x$

1/ $\lim\limits_{x\to0^+} g(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$

2/ من أجل $x>0$:

$$g'(x)=\frac{-1}{(2x+1)^2}-\frac{1}{x}=\frac{-4x^2-5x-1}{(2x+1)^2}$$

$$\Delta=9 \Rightarrow x_1=-\frac{1}{4};x_2=-1$$

x	0 $+\infty$
$g'(x)$	$-$
$g(x)$	$+\infty \searrow -\infty$

3/ g مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[1.8;1.9]$

$$g(1.8)g(1.9)=0.02\times-0.5<0$$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة تقبل حل وحيد

$1.8<\sim<1.9$

x	0	a	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$

II) $f(x)=\dfrac{2\ln x}{x^2+x}$

/1

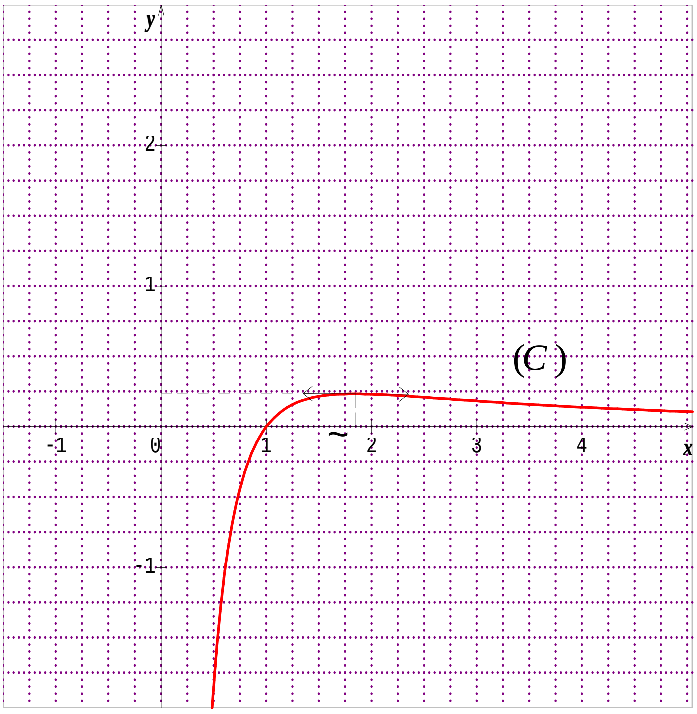
$$\lim_{x\to0^+} f(x)=\frac{-\infty}{0^+}=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2\ln x}{x^2(1+\frac{1}{x})}=0$$

المنحنى يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=0$

المنحنى يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y=0$

2/ أ)



$$f'(x)=\frac{\frac{2}{x}(x^2+x)-(2x+1)2\ln x}{(x^2+x)^2}$$

$$=\frac{2(x+1)-(2x+1)2\ln x}{(x^2+x)^2}$$

$$=\frac{2(2x+1)\left(\frac{x+1}{2x+1}-\ln x\right)}{(x^2+x)^2}$$

$$=\frac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2}\times g(x)$$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

x	0 a $+\infty$
$f'(x)$	$+$ 0 $-$
$f(x)$	$-\infty$ ↗ $f(a)$ ↘ 0

ت)

$$f(\sim)=\frac{2\ln\sim}{\sim^2+\sim}$$

$$g(\sim)=0\Rightarrow \ln\sim=\frac{\sim+1}{2\sim+1}$$

$$f(\sim)=\frac{2\frac{\sim+1}{2\sim+1}}{\sim^2+\sim}=\frac{2(\sim+1)}{\sim(\sim+1)(2\sim+1)}$$

$$=\frac{2}{\sim(2\sim+1)}$$

$$1.8<\sim<1.9$$

$$4.6<2\sim+1<4.8$$

$$8.28<\sim(2\sim+1)<9.12$$

$$0.10<\frac{1}{\sim(2\sim+1)}<0.12$$

$$0.20<\frac{2}{\sim(2\sim+1)}<0.24$$