

التمرين الأول (06 نقاط)

من أجل كل عدد طبيعي n نضع $z_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_{n+1} = \frac{1+i}{2}z_n$ ونعتبر النقط $A_n(z_n)$ في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) .

1- أحسب z_1, z_2, z_3 و تحقق أن z_4 حقيقي .

2- من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $u_n = |z_n|$ بين أن المتتالية (u_n) هندسية أساسها $q = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

3- بين أن : $\frac{z_{n+1} - z_n}{z_{n+1}} = i$ من أجل كل عدد طبيعي n ثم استنتج طبيعة المثلث OA_nA_{n+1} .

4- من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $L_n = A_0A_1 + A_1A_2 + \dots + A_{n-1}A_n$ عبر عن L_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} L_n$

التمرين الثاني (07 نقاط)

نعتبر $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية الأعداد الطبيعية المعرفة بـ : $u_0 = 14$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 5u_n - 6$

1) أحسب u_1, u_2, u_3, u_4 . ما هو تخمينك بالنسبة للرقمين الأخيرين للعدد الطبيعي u_n ؟

2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+2} \equiv u_n [4]$.

ب) أستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k ، $u_{2k} \equiv 2[4]$ و $u_{2k+1} \equiv 0[4]$.

3) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $2u_n = 5^{n+2} + 3$.

ب) استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي n ، $2u_n \equiv 28[100]$.

4) عين الرقمين الأخيرين في الكتابة العشرية للعدد الطبيعي u_n .

5) عين القاسم المشترك الأكبر لحددين متتابعين من المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

التمرين الثالث (07 نقاط)

نضع z_1, z_2 عدنان مركبان حيث ، $z_1 = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ و $z_2 = 2 - 2i$.

1) أكتب كلا من z_1 و z_2 على الشكل الأسّي .

2) نضع : $Z = z_1 \times z_2$

أ) أكتب العدد Z على الشكل الأسّي .

ب) عين القيمتين المضبوطتين لكل من $\cos \frac{7\pi}{12}$ و $\sin \frac{7\pi}{12}$.

3) أحسب $\left(\frac{Z}{2\sqrt{6}}\right)^{2014}$.

4) نعتبر في المجموعة \mathbb{Z}^2 المعادلة ذات المجهول $(x; y)$ التالية : $(E) : 7x - 12y = 6$

أ) بين أنه إذا كان $(x; y)$ حل للمعادلة (E) فإن x مضاعف للعدد 6 .

ب) حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة (E) .

5) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $\left(\frac{Z}{2\sqrt{6}}\right)^n$ تخيليا صرفا .