الإمتحان التجريبي لشهادة البكالوريا (2015)
إختبار في مادة الرياضيات
الشعبة : علوم تجريبية
يوم : 18 ماي 2015   المدة : 3 ساعات ونصف

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لولاية الأغواط
ثانويات ولاية الأغواط

تنبيه : على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04.5 نقاط)

1- ليكن $P(z)$ كثير الحدود ذو المتغير المركب z حيث : $P(z)=z^3-8z^2+24z-32$.

أ - تحقق أن : $P(4)=0$.

ب - عين الأعداد الحقيقية α ، β و γ بحيث يكون : $P(z)=(z-4)(\alpha z^2+\beta z+\gamma)$

ج - حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

2- نعتبر النقط A ، B و C ذات اللوحق على الترتيب $z_A=2+2i$ ، $z_B=4$ و $z_C=\overline{z_A}$

أ- علم النقط A ، B و C في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ نأخذ $2cm$ كوحدة للرسم .

ب- أوجد العبارة المركبة للدوران r الذي يحول النقطة A الى B و يحول النقطة B الى C .

ت- عين مركز و زاوية الدوران r .

ث- تحقق ان O هي صورة C بالدوران r. ثم استنتج طبيعة الرباعي $OABC$.

3- أوجد إحداثيات مركز ثقل الرباعي $OABC$.

4- عين ثم أنشئ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق : $\left|(1+i)z-2-2i\right|=\left|z_A\right|$.

التمرين الثاني : (04.5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط $A(-2;0;1)$ ، $B(1;2;-1)$ ، $C(-2;2;2)$.

و المستقيم (Δ) تمثيله الوسيطي : $t\in\mathbb{R};$ $\begin{cases}x=-2\\y=-1+3t\\z=t\end{cases}$.

1- أحسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. ثم أوجد قيس الزاوية $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$. إستنتج أن النقط A ، B و C تعين مستويا ,

2- تحقق أن الشعاع $\vec{u}(2;-1;2)$ ناظمي للمستوي (ABC) , ثم عين معادلة ديكارتية له .

3- بين أن المستويين (P_1) و (P_2) اللذين معادلتيهما على الترتيب : $x+y-3z+3=0$ و $x-2y+6z=0$ يتقطعان وفق المستقيم (Δ) .

4- بين أن المستقيم (Δ) يقطع المستوي (ABC) وفق نقطة يطلب تعيينها .

5- أكتب معادلة سطح الكرة (S) ذات المركز $\omega(1;-3;1)$ و نصف قطرها $R=3$.

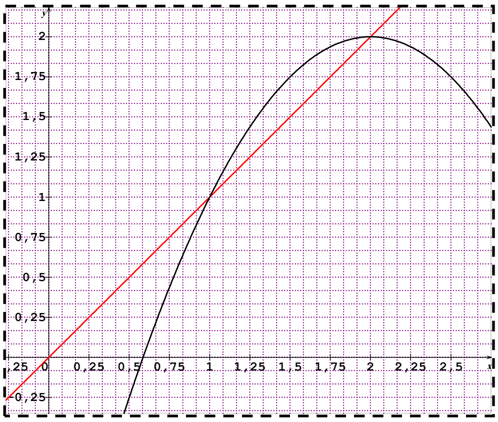
أ- أدرس تقاطع سطح الكرة (S) والمستقيم (Δ).

ب- بين أن المستوي (ABC) مماس لسطح الكرة (S) .

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)

في الشكل المقابل (C_f) التمثيل البياني للدالة f على المجال $[0,3]$ حيث : $f(x)=2-(x-2)^2$.

و (Δ) المستقيم الذي معادلته : $y=x$.



1) (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=\frac{5}{4}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$

أ- مثل على محور الفواصل (على الوثيقة المرفقة) الحدود التالية : u_3,u_2,u_1,u_0 دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل .

ب- ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

2) أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n: $1<u_n<2$.

ب- ادرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج انها متقاربة .

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $v_n=\ln(2-u_n)$

أ- برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 . يطلب حساب حدها الأول .

ب- أكتب بدلالة n كلا من v_n و u_n ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

ج - أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=v_0+v_1+v_2+....+v_n$

د- احسب بدلالة n الجداء : $P_n=(2-u_0)(2-u_1)(2-u_2)......(2-u_n)$.

التمرين الرابع : (06.5 نقاط)

الجزء الأول : لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+3x-4+4\ln x$

1. أحسب نهايتي الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.
2. بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $g'(x)=\frac{2x^2+3x+4}{x}$.
3. أدرس إتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
4. أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+3\ln x-\frac{4\ln x}{x}$

نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=3cm$.

1. أحسب نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.
2. بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ،
   - إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم (D) ذا المعادلة $y=x$.
4. أرسم (D) و (C_f).
5. لتكن الدالة F المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $F(x)=\frac{1}{2}x^2-3x(1-\ln x)-2(\ln x)^2$.
   - أثبت أن F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.
   - أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = \dfrac{n+1}{2n} u_n \end{cases}$

1) أحسب u_2 , u_3 و u_4.

2) أ- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_n > 0$.

ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n). ماذا تستنتج حول تقارب المتتالية (u_n) ؟

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $v_n = \dfrac{u_n}{n}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n = \dfrac{n}{2^n}$.

4) نعتبر الدالة f المعرفة على $[1;+\infty[$ بـ : $f(x) = \ln x - x\ln 2$.

- أحسب نهاية f عند $+\infty$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;2;0)$, $B(1;1;4)$, $C(-1;1;1)$, $D(3;4;-5)$, $M(x;y;z)$ و الشعاع $\vec{v}$ حيث $\vec{v} = -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$.

1) بين أن الشعاع $\vec{v}$ ثابت مركباته $\vec{v}(-2;-2;5)$.

2) لتكن (P) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $-2\overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 = 23$.

أ- بين أن المجموعة (P) تحقق العلاقة : $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{v} = 0$, ثم استنتج طبيعة (P) محددا عناصرها المميزة .

ب- أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها D و تمس (P) في النقطة A.

3) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $E(2;-4;-2)$ و شعاع توجيهه $\vec{u}(-1;6;2)$.

4) بين أن المستقيم (Δ) محتوى في (P) و يمس سطح الكرة (S) في A .

التمرين الثالث : (05 نقاط)

1) عددان مركبان حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ جملة المعادلتين z_1 و z_2 : $\begin{cases} \sqrt{3}z_1 - z_2 = -2 \\ z_1 - \sqrt{3}z_2 = -2i \end{cases}$

2) في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ وحدة الأطوال $4cm$ نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين $z_A = -\sqrt{3} + i$ و $z_B = -1 + \sqrt{3}i$.

أ- أكتب على الشكل الآسي كل من z_A و z_B ثم علم النقطتين A و B .

ب- عين طويلة و عمدة العدد المركب $\dfrac{z_A}{z_B}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABO و قيس الزاوية $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})$.

3) عين لاحقة النقطة C بحيث يكون الرباعي $ACBO$ معين .

- مثل النقطة C . ثم أحسب مساحة المثلث ABC بـ cm^2 .

4) ليكن f التحويل الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث : $z'=e^{-i\frac{\pi}{6}}z$.

أ- حدد طبيعة التحويل f و عين عناصره المميزة .

5) لتكن النقط C',B',A' صور النقط C,B,A على الترتيب بالتحويل f .

- ما هي مساحة المثلث $A'B'C'$ بـ cm^2 .

التمرين الرابع : (07نقاط)

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-x+e^x$.

1) أدرس تغيرات الدالة g ثم أنشئ جدول تغيراتها .

2) إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني : لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+1+\dfrac{x}{e^x}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها .

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x)=e^{-x}.g(x)$.

- إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ثم إستنتج أن $-1<\alpha<0$.

4) أ- أوجد فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها معامل توجيه المماس (Δ) للمنحنى (C_f) يساوي 2 .

ب- أكتب معادلة (Δ) ثم إستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (Δ) .

ت- أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $[-3;3]$.

5) نعتبر الدالة k المعرفة على المجال $[-3;3]$ كما يلي : $k(x)=f(|x|)$

نسمي (C_k) تمثيلها البياني في المعلم السابق ذكره .

أ- بين أن k دالة زوجية ثم أكتب $k(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة .

ب- إشرح كيفية إنشاء (C_k) إنطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

الجزء الثالث : H دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $H(x)=(-x-1)e^{-x}$.

1) بين أن الدالة H هي دالة أصلية للدالة : $h:x\mapsto xe^{-x}$ على $\mathbb{R}$.

2) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمماس (Δ) و بالمستقيمين اللذين معادلتاهما :

$x=1$ و $x=3$.

الثقة بالنفس مفتاح النجاح – تفائل وكن إيجابيا – بالتوفيق للجميع

وثيقة مرفقة - خاصة بالتمرين الثالث – الموضوع الأول :

الإسم واللقب : ....

وثيقة مرفقة - خاصة بالتمرين الثالث – الموضوع الأول :

الإسم واللقب : ....