مسألة(01) :

I. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0\,;+\infty[$ بـ: $f(x)=x^2+1-\ln(x)$

1) احسب نهاية الدالة f عند 0 و $+\infty$
2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
3) بين ان $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ موجب ثم استنتج اشارة f

II. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0\,;+\infty[$ بـ: $g(x)=x+\frac{\ln(x)}{x}$

1) احسب النهايات عند 0 و $+\infty$
2) بين ان $g'(x)=\frac{f(x)}{x^2}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة g على $]0\,;+\infty[$
3) بين ان المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل بجوار $+\infty$
4) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_g) و (d)
5) ارسم (d) ثم (C_g)

مسألة(02):

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0\,;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-\frac{1}{x^2}-4\ln(x)$

1) ادرس تغيرات الدالة g و عين $g(1)$
2) استنتج اشارة g على المجال $]0\,;+\infty[$

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0\,;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4x^2}-(\ln(x))^2$

(C_f)تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x>0$ ، $f(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$
2) احسب $\lim_{x\to 0} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
4) ارسم (C_f)

مسألة (03):

الجزء الاول : نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^3-1+2\ln x$

1- احسب $g'(x)$ وادرس اشارتها

2- شكل جدول تغيرات الدالة g

3- أحسب $g(1)$ و استنتج اشارة $g(x)$

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-1-\dfrac{\ln x}{x^2}$

نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ الوحدة (3cm على محور الفواصل و 2cm على محو التراتيب)

1- احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2- بين ان المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل لـ (C)

هل يوجد مستقيم مقارب آخر ؟ ان كان نعم فأعط معادلته

3- احسب $f'(x)$ وبين ان $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$ استنتج اشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4- ادرس وضعية (C)بالنسبة الى (D)

5- ارسم في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ المستقيم (D) ثم (C)

مسألة(04):

الجزء الاول : نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+3x-4+4\ln x$

1- احسب نهايات الدالة g عند 0 و $+\infty$

2- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3- احسب $g(1)$ واستنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+3\ln x-\dfrac{4\ln x}{x}$

وليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (الوحدة 3cm)

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب- احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ (لاحظ $f(x)=x+\left(3-\dfrac{4}{x}\right)\ln x$) ماذا تستنتج

2) أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة $f(x)=x$

4) ارسم المستقيم ذو المعادلة $y=x$ و $\left(C_f\right)$

مسألة(05):

<u>الجزء الاول :</u> a و b عددان حقيقيان

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x^2+ax+b-2\ln x$

(C_f)تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة 2cm)

احسب a و b حتى يكون معامل توجيه المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(1\ ;\ -3)$ معدوما

<u>الجزء الثاني :</u>

نضع $f(x)=x^2-4-2\ln x$

1) أ- احسب نهاية الدالة f عند 0 وماذا تستنتج

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) احسب f' الدالة المشتقة للدالة f ثم بين أن $f'(x)=\dfrac{2(x-1)(x+1)}{x}$

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4) عين اشارة $f(x)$ في المجال $[1;2]$

5) ارسم (C_f)

مسألة(06):

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-1-\ln x$

1) احسب نهاية الدالة g عند 0 و $+\infty$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين في المجال $]0;+\infty[$

اذا رمزنا بـ ~ لأصغر الحلين فبين ان $0,4<\sim<0,5$

4) احسب $g(1)$ واستنتج إشارة $g'(x)$

II. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{2}{x}+\dfrac{\ln x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة 4cm على (OI) و 2cm على (OJ))

1) أ- احسب نهاية الدالة f عند 0 وأعط تفسيرا هندسيا

ب- احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

3) أ- بين ان $f(\sim)=2\sim+\dfrac{1}{\sim}$ و استنتج حصرا لـ $f(\sim)$

4) بين ان المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x$ مقارب لـ (C_f)

5) ادرس الاوضاع النسبية لـ (C_f) و (D) ثم أرسمهما

مسألة(07):

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس

1) أ- بين ان المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x$ مقارب لـ (C_f)

ب- نضع دالة h معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=x+\ln x$

بين ان المعادلة $h(x)=0$ تقبل حل وحيد α على المجال $]0;+\infty[$ حيث $0,5<\alpha<0,6$

جـ- استنتج الاوضاع النسبية للمنحنى (C_f) و (d)

2) أ- بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$ حيث g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ يطلب تعيينها .

ب - بين انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$ لدينا $g(x)\geq 1$

جـ- استنتج اتجاه تغير الدالة f وارسم (C_f)

مسألة(08) :

I. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\ln(x)-\frac{1}{\ln(x)}$

نسمي (C) التمثيل البياني للدالة f و (Γ) التمثيل البياني للدالة $\ln(x)$ في معلم متعامد ومتجانس

1) ادرس تغيرات الدالة f

2) أ- احسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-\ln(x)]$ ثم فسر النتيجة بيانيا

ب- ادرس الاوضاع النسبية للمنحنيين (C) و (Γ)

3) الهدف هو البحث عن المماسات للمنحنى (C) التي تمر بالنقطة O

أ- ليكن العدد الحقيقي a من المجال $]1;+\infty[$

بين ان المماس (T_a) لـ (C) في النقطة ذات الفاصلة a يمر بالمبدأ O اذا وفقط اذا كان $f(a)-af'(a)=0$

II. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=f(x)-xf'(x)$

أ- بين ان في المجال $]1;+\infty[$ للمعادلتين $g(x)=0$ و $(\ln x)^3-(\ln x)^2-\ln x-1=0$ نفس الحلول

ب- بعد دراسة تغيرات الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $u(t)=t^3-t^2-t-1$

بين ان المعادلة $u(t)=0$ تقبل حل وحيد β على $\mathbb{R}$ (نأخذ $\beta=1.84$)

جـ استنتج وجود مماس وحيد لـ (C) يمر بالمبدأ O

ارسم المماس و (Γ) ثم (C)

4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx$ في المجال $[1;10]$

مسألة(09):

الجزء الاول :

g دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{2x^2}{x^2+1}-\ln\left(1+x^2\right)$

1) بين انه في المجال $[1;+\infty[$ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد ~ يطلب تعيين حصرا له سعته 10^{-1}

2) حدد اشارة $g(x)$ في المجال $[0;+\infty[$

الجزء الثاني

f دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ :
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln\left(1+x^2\right)}{x} & ; \quad x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

1) أ- ماهي نهاية $\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$ عندما x يؤول الى 0

ب- استنتج ان الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x=0$ ثم اكتب معادلة للمماس T للمنحني $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0

2) أ- بين انه من اجل كل $x>0$: $f(x)=\dfrac{2\ln x}{x}+\dfrac{1}{x}\ln\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)$

ب- استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$

3) أ- بين انه من اجل كل $x>0$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم ارسم T و $\left(C_f\right)$

مسألة(10):

نعتبر الدالة f المعرفة بـ :
$$\begin{cases} f(x)=e^{\frac{1+x}{x}} & ; \quad x<0 \\ f(x)=\dfrac{-x}{2}+3+\dfrac{2\ln x-1}{x} & ; \quad x>0 \end{cases}$$

الجزء الاول :

1. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $g(x)=e.e^{\frac{1}{x}}$

أ- ادرس تغيرات الدالة g

ب- استنتج اشارة g على $\mathbb{R}^*$

2. نعتبر الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=-x^2+6-4\ln x$

أ- احسب نهاية الدالة h عند 0 ثم عند $+\infty$

ب- ادرس تغيرات الدالة h على $]0;+\infty[$

جـ- بين ان المعادلة $h(x)=0$ تقبل حل وحيد حيث $1,86<\quad<1,87$

د- عين اشارة h في المجال $]0;+\infty[$

الجزء الثاني :

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أ- بين ان من اجل $x<0 \quad ; \quad f(x)=g(x)$

ب- احسب نهاية الدالة f عند 0 من اليمين ثم عند $+\infty$

2) أ- احسب الدالة f' المشتقة للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم بين ان $f'(x)$ و $h(x)$ لهما نفس الاشارة

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) بين ان $f(\quad)=-\quad+\frac{2}{}+3$ واستنتج حصرا لـ $f(\quad)$

4) أ- بين ان المستقيم (D) ذو المعادلة $y=-\frac{1}{2}x+3$ مقارب لـ (C_f)

ب – ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (D) في المجال $]0;+\infty[$

5) عين احداثيي النقطة B من (C_f) التي يكون فيها المماس يوازي المستقيم (D)

6) ارسم (T)، (D) ثم (C_f)

مسألة (11):

الجزء الاول: h دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $h(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$

2) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h'(x)=\dfrac{1+2(x+1)^2}{x+1}$

واستنتج اتجاه تغير الدالة h ثم انجز جدول تغيراتها .

3) احسب $h(0)$ واستنتج اشارة $h(x)$ حسب قيم x

الجزء الثاني : لتكن f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أ- احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب- باستخدام النتيجة $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{e^t}{t}=+\infty$ ، برهن ان $\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{\ln u}{u}=0$

جـ - استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

د- - احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]$ واستنتج وجود مقارب مائل للمنحنى (C_f)

هـ- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل .

2) بين انه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+1)^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) بين ان المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين $3{,}3$ و $3{,}4$

4) ارسم (C_f)

مسألة (12):

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ: $f(x)=x+2+\ln\left(\frac{x}{x+2}\right)$

وليكن (C_f) المنحني البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) عين D_f اكبر مجموعة تعريف ممكنة للدالة f
2) ادرس تغيرات الدالة f
3) اثبت ان المنحني (C_f) الممثل لها يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب اعطاء معادلته
4) عين النقطة μ تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ واثبت انها مركز تناظر للمنحني (C_f)
5) احسب: $f(-3)$ و $f\left(-\frac{7}{2}\right)$ و $f(-4)$ ثم ارسم (C_f)

مسألة (13):

I. نعتبر الدالة f العددية المعرفة بـ: $f(x)=(x+2)-2\ln|2x+1|$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستو المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) عين D اكبر مجموعة تعريف ممكنة للدالة f
2) ادرس تغيرات الدالة f
3) بين ان المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه (-3) . اكتب معادلة لـ(T)
4) احسب احداثيات نقطتي تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$
5) احسب $f(-1)$ و $f(0)$
6) ارسم المماس (Δ) ، (T) والمنحني (C_f)
7) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=-3x+m$

II. نعتبر الدالة العددية g المعرفة كما يلي : $g(x)=\frac{3}{2}+\left|x+\frac{1}{2}\right|-\ln(2x+1)^2$

1) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x يختلف عن $\left(-\frac{1}{2}\right)$ يكون لدينا : $-1-x\neq-\frac{1}{2}$ و $g(-1-x)=g(x)$
2) استنتج ان (Γ) المنحنى الممثل للدالة g يقبل محو تناظر يطلب تعيين معادلة له .
3) اثبت ان $g(x)=f(x)$ على مجال يطلب تعيينه
4) استنتج انشاء (Γ) انطلاقا من (C_f) . ارسم (Γ) في نفس المعلم السابق

مسألة(14):

نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي : $f(x)=\dfrac{x-1}{x+2}+\ln\left(\dfrac{x}{x+2}\right)$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) بين ان اكبر مجموعة تعريف ممكنة للدالة f هي : $D=]-\infty;-2[\cup]0;+\infty[$

2) احسب النهايات عند حدود D وفسر النتائج بيانيا .

3) ادرس تغيرات الدالة f

4) بين ان (C) يقبل عند نقطتين منه A و B مماسين معامل توجيه كل منهما يساوي 1 ، عين عندئذ احداثيات نقطتي التماس A و B .

5) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 حيث $x_0\in\left]\dfrac{13}{4}\,;\,\dfrac{7}{2}\right[$

6) احسب $f(2)$ ، $f(-5)$ ، $f(-3)$ ثم انشئ (C)

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$$\text{(E)}.................(x+2)\ln\left(\frac{x}{x+2}\right)-mx-2m-3=0$$

مسألة (15):

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=2-x-2\ln(x-1)$

1) ادرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا هو 2

3) استنتج اشارة $g(x)$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2-x+\ln(x-1)}{(x-1)^2}$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ الوحدة: 2cm

1) احسب : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتائج بيانيا

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) اعط جدول قيم للدالة f ممثلا في صور الاعداد $\dfrac{3}{2}\,;\,\dfrac{11}{8}\,;\,4\,;\,3$ بالدالة f وقيم مقربة لهذه الصور

4) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left]\dfrac{11}{8}\,;\,\dfrac{3}{2}\right[$

5) انشئ المنحنى (C_f)

مسألة (16):

الجزء الاول

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\ln(x+1)-\ln(x)-\dfrac{1}{x+1}+1$

1) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$

2) بين ان $g'(x)=\dfrac{-1}{x(x+1)^2}$ لكل x من $]0;+\infty[$ واستنتج تغيرات الدالة g على $]0;+\infty[$

3) استنتج اشارة $g(x)$ لكل x من $]0;+\infty[$

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=x\ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)+x+1 & ;x>0 \\ f(x)=(1-x)e^x & ;x\le 0 \end{cases}$$

1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} x.\ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)=1$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا

3) بين ان f مستمرة عند 0

4) ادرس قابلية اشتقاق f عند 0 وفسر النتيجة هندسيا

5) ادرس تغيرات الدالة f

6) بين ان النقطة A ذات الفاصلة -1 نقطة انعطاف للمنحني (C)

7) بين ان المستقيم ذا المعادلة $y=x+2$ مقارب مائل للمنحني (C)

8) انشئ المنحني (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

تعطى القيم : $e^{-3}\approx 0.05$, $e^{-2}\approx 0.14$, $e^{-1}\approx 0.37$, $\ln 3\approx 1.1$, $\ln 2\approx 0.7$

مسألة (17)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $I=[0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\ln\left(e^x+e^{-x}\right)$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

2) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x من مجموعة تعريف الدالة f، يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل:

$$f(x)=x+\ln\left(1+e^{-2x}\right)$$

3) اثبت ان المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته

4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

5) ادرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول التغيرات للدالة f

6) ارسم المستقيم (Δ) والمنحني (C_f) (تؤخذ الوحدة : 3cm)

مسألة(18)

نعتبرالدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بــ: $f(x)=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أ- ادرس إتجاه تغير الدالة f على $]0;+\infty[$

ب- عين نهايات f عند حدود مجموعة التعريف

نرمز بــ T الى المماس للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 1.

نريد دراسة وضعية المنحنى (C) بالنسبة الى المماس T

2) اكتب معادلة للمستقيم T

3) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-1-f(x)$

أ- تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ ، $g'(x)=\frac{1}{2x\sqrt{x}}\left[\ln x+2\left(x\sqrt{x}-1\right)\right]$

ب- احسب $g'(1)$ وادرس إشارة $g'(x)$ على كل من المجالين $]0\ ;\ 1[$ و $]1\ ;+\infty[$

جـ- احسب $g(1)$ ، وباستعمال اتجاه تغير الدالة g ، ادرس اشارة $g(x)$

د- استنتج وضعية المنحنى (C) بالنسبة الى المماس T

4) ارسم T و (C)

مسألة(19):

I. نعتبرالدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بــ: $f(x)=e^{\frac{x}{2}}-e^{x}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) ادرس إتجاه تغير الدالة f ، حدد النهايات عند $-\infty$ و $+\infty$

2) عين اشارة $f(x)$ حسب قيم x

3) ارسم (C)

II. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x)=\ln\left|e^{\frac{x}{2}}-e^{x}\right|$ نرمز بـ (Γ) الى تمثيلها البياني

1) حدد نهايات الدالة g عند $-\infty$ ، عند $+\infty$ و عند 0

2) احسب $g'(x)$ ، وعين اشارتها باستعمال اشارة $f(x)$ وإشارة $f'(x)$ شكل جدول تغيرات f

3) أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما x ، $g(x)-x=\ln\left(1-e^{\frac{x}{2}}\right)$

ب- بين ان المستقيم D الذي معادلته $y=x$ مقارب للمنحنى (Γ)

ج- ادرس وضعية (Γ) بالنسبة الى D من اجل كل عدد حقيقي $x>0$

4) أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي سالب تماما x ، $g(x)-\frac{x}{2}=\ln\left(1-e^{\frac{x}{2}}\right)$

ب- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=\frac{x}{2}$ مقارب للمنحنى (Γ)

ج- ادرس وضعية (Γ) بالنسبة الى (Δ) من اجل كل عدد حقيقي $x<0$

5) ارسم (Δ) و (D) ثم (Γ) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

مسألة(20):

<u>الجزء الأول:</u> نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $[-4;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=e^{2x}-2x$

1) احسب $g'(x)$ ثم استنتج إتجاه تغير الدالة g

2) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x

<u>الجزء الثاني:</u> نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[-4;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\ln\left(e^{2x}-2x\right)$

$\left(C_f\right)$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) لكل x من $[0;+\infty[$ ، تحقق من ان $1-\frac{2x}{e^{2x}}>0$ وان $f(x)=2x+\ln\left(1-\frac{2x}{e^{2x}}\right)$

2) استنتج أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

3) بين ان المستقيم D الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$

4) أ/ بين ان : $f(x)-2x\leq 0$ لكل x من $[0\ ;+\infty[$

ب/ استنتج ان $\left(C_f\right)$ يوجد تحت D على المجال $[0\ ;+\infty[$

5) أ/ بين ان : $f'(x)=\frac{2\left(e^{2x}-1\right)}{g(x)}$ لكل x من $[-4\ ;+\infty[$

ب/ ادرس اشارة $f'(x)$ لكل x من $[-4\ ;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

جـ/ انشئ D و $\left(C_f\right)$ في المعلم $\left(O\ ;\vec{i},\vec{j}\right)$

مسألة(21):

<u>الجزء الأول:</u>

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=x+1+e^{-x}$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

2) احسب $g'(x)$ وأعط جدول تغيرات الدالة g واستنتج إشارة $g(x)$

<u>الجزء الثاني:</u>

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\ln\left(x+1+e^{-x}\right)$

1) ادرس تغيرات الدالة f

2) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

3) بين انه من أجل كل $x\in\left]-\infty;-1\right[$ فان : $f(x)+x<0$ ثم اعط تفسيرا بيانيا

4) بين انه من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$ فان : $0<f(x)-\ln x\leq\ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$

5) استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-\ln x\right]$ فسر بيانيا هذه النتيجة

6) ارسم $\left(C_f\right)$ الممثل للدالة f و المنحنى الممثل للدالة المرجعية $\ln$ في معلم متعامد ومتجانس

مسألة(22):

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^{-x}.\ln\left(1+e^{x}\right)$

1) أـ احسب الدالة المشتقة f' للدالة f

ب- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x إشارة $f'(x)$ هي نفس إشارة $g(x)$ حيث $g(x)=\dfrac{e^{x}}{e^{x}+1}-\ln\left(1+e^{x}\right)$

ج- احسب $g'(x)$

د- عين نهاية g عند $+\infty$

هـ- ادرس اتجاه تغير الدالة g

و- استنتج من الاسئلة السابقة اشارة $f'(x)$

2) عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها

3) شكل جدول تغيرات الدالة f

4) ارسم $\left(C_f\right)$ الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس

5) h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $h(x)=e^{x}.\ln\left(1+e^{x}\right)-xe^{x}$

أ- تحقق أن : $h(x)=f(-x)$

ب- بيم انه يمكن استنتاج المنحني $\left(C_h\right)$ بسهولة انطلاقا من المنحني $\left(C_f\right)$

6) ارسم عندئذ المنحني $\left(C_h\right)$ في نفس المعلم

مسألة(23):

في كل المسألة يرمز e للعدد الحقيقي الذي يحقق $\ln e=1$

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=\dfrac{\ln x+xe}{x^{2}}$

$\left(C_f\right)$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O\,;\vec{i},\vec{j}\right)$

<u>الجزء الاول:</u> نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=-2\ln x-xe+1$

1) احسب نهايات الدالة g عند 0 و $+\infty$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\sim$ حيث $\sim\in\left]\dfrac{1}{2}\,;1\right[$

4) اوجد حصرا للعدد $\sim$ سعته 0,1

5) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0\,;+\infty[$

<u>الجزء الثاني</u>

1) عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها

2) بين ان الدالة f تقبل الاشتقاق على مجموعة تعريفها ثم احسب $f'(x)$

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4) برهن ان : $f(\sim)=\dfrac{1+\sim e}{2\sim^{2}}$

5) اوجد حصرا لـ $f(\sim)$ اذا علمت ان $2,71<e<2,72$

6) ارسم المنحني $\left(C_f\right)$