الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية — وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي — مقاطعة ورقلة 02

الشعبة : علوم تجريبية — دورة ماي 2015

اختبار في مادة الرياضيات — المدة : 03سا و 30د

على المترشح اختيار احد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05نقاط)

1°) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : $z^2 - 2z + 5 = 0$.

2°) نعتبر في المستوي المركب المنسوب على معلم متعامد ومتجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$

النقط I ، B ، A التي لواحقها على الترتيب $z_1 = 1-2i$ ، $z_B = -3$ ، $z_A = 2+\overline{z_1}$.

أ/ اكتب على الشكل الجبري العدد المركب : $z = \dfrac{z_I - z_A}{z_I - z_B}$.

ب/ اكتب العدد المركب Z على الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث IAB .

جـ / احسب z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة I بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته 2 .

3°) ا / لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-1);(C;1)\}$ احسب z_G لاحقة النقطة G .

ب/ عين طبيعة المجموعة (Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z من المستوي حيث :

$$2\left\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right\|$$

جـ / عين طبيعة المجموعة (Γ_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z من المستوي حيث :

$$\left\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = 4\sqrt{5}$$

التمرين الثاني:(05نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_1 = \sqrt{e}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$

$$u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$$

1- احسب الحدود u_2, u_3، و u_4 (تدوّر النتائج الى 10^{-2}) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)

2- ا- بين بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$: $u_n \leq n+3$

ب- بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n+3-u_n)$ ثم استنتج اتجاه تغير (u_n)

3- $(v_n)_{n\geq 1}$ المتتالية العددية المعرفة بـ : $v_n = u_n - n$

ا- بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين حدها العام v_n

ب- استنتج عبارة u_n بدلالة n

4- نضع من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$: $S_n = \left(\frac{2}{3}\right)^1 V_1 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 V_2 + ... + \left(\frac{2}{3}\right)^n V_n$

$S'_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$ و $T_n = \frac{S'_n}{n^2}$ احسب المجموعين S_n و S'_n بدلالة n ثم عين $\lim\limits_{n \to +\infty} T_n$

التمرين الثالث (04نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o\,\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$: نعتبر النقط : $A(3,2,1)$; $B(3,5,4)$ و $C(0,5,1)$

1- بين ان المثلث ABC متقايس الأضلاع

2- تحقق ان الشعاع $\vec{n}(1,1,-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية له

3- ا- عين إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

ب- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يمر بالنقطة G ويعامد المستوي (ABC)

جـ - تحقق ان النقطة $F(4,6,0)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ) ثم احسب حجم رباعي الوجوه FABC

4– بين ان المستقيمين (FA) و (BC) متعامدين

5- ا- عين المجموعة (S) للنقط M من الفضاء التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MF}\right\| = 6$

ب- عين الوضع النسبي للمجموعة (S) والمستوي (ABC)

التمرين الرابع : (06 نقاط)

I) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0,\vec{i},\vec{j})$

لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty,3[$ كمايلي : $g(x) = \frac{-x+1}{-x+3} + \ln(-x+3)$

1) احسب نهايات g عند اطراف مجال تعريفها .

2) أدرس تغيرات الدالة g .

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1,5\ ;\ 1,7[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty,3[$ كمايلي: $f(x) = (x-1)\ln(-x+3)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم متعامد ومتجانس $(0,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$) .

°1) أ / - احسب نهايات f عند اطراف مجال تعريفها .

ب /- أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تعيراتها.

°2) بين ان $f(\sim) = \frac{(\sim-1)^2}{3-\sim}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\sim)$.

°3) حل في المجال $]-\infty;3[$ المعادلة : $f(x) = 0$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]-\infty,3[$

°4) احسب $f(-2)$ و $f(-3)$ ثم ارسم بدقة المنحنى (C_f) .

°5) F دالة عددية على المجال $]-\infty,3[$ كمايلي: $F(x) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}\right)\ln(-x+3)$

تحقق ان F دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty,3[$

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (06 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k}\right)$

نعتبر النقط $A\left(3;4;0\right)$ ، $B(0;5;0)$ ، $C(0;0;5)$ ، $D(-2;-6;5)$ ، $E(-4;0;-3)$ والشعاع $\vec{n}\left(1;3;3\right)$

1.بين أن النقط C, B, A تعيّن مستو (ABC) ، تأكد أن $\vec{n}$ شعاعه الناظمي ثم اكتب معادلة ديكارتية له

2 . ا / برهن أن المثلث AOB متساوي الساقين .

ب / عين إحداثيي النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ ، ثم بين أن $OI=\dfrac{3\sqrt{10}}{2}$.

جـ / بين أن $\vec{OC}$ عمودي على المستوي (AOB)

د/ لستنتج حجم رباعي الوجوه $OABC$

3. احسب المسافة بين النقطة O والمستوي (ABC) .

4 . ا/ جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (DE) .

ب/ اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة المستقيمة $[DE]$.

جـ / تحقق ان النقطة $F\left(-1;1;\dfrac{7}{2}\right)$ تنتمي للمستوي (Q) .

د / استنتج المسافة بين النقطة F والمستقيم (DE) .

التمرين الثاني :(05نقط)

في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ نعتبر النقط B, A و C التي لواحقها

على الترتيب : $Z_a=i$, $Z_b=\sqrt{2}e^{-i\frac{®}{4}}$ و $Z_c=-1$

1- نعتبر التحويل النقطي (S) المعرف بـ : $Z'=2e^{-i\frac{®}{3}}Z+1-i$

ما طبيعة التحويل (S) وما عناصره المميزة .

2- - عين لواحق النقط $A';B'$ و C' صور النقط B,A و C بالتحويل (S)

3- أ) عين لاحقة النقطة G مرجح الجملة : $\{(A,3);(B,1);(C,-2)\}$

ب) عين لاحقة النقطة G' مرجح الجملة $\{(A',3);(B',1);(C',-2)\}$

جـ) تأكد أن $G'=S(G)$ ، ماذا تستنتج ؟

4- T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M(z')$ حيث : $\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$

أ- بين أن : $\overrightarrow{GM'} = \overrightarrow{MG}$ واستنتج طبيعة التحويل T وعناصره المميزة

ب- عين لواحق النقط : E, D و F صور النقط B, A و C بالتحويل T

جـ - بين أن المثلثين ABC و EDF متقايسان .

التمرين الثالث (09نقط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $g(x) = (x-1)e^{-x} + 2$

1- احسب نهايات الدالة g عند حدود مجال التعريف ثمّ ادرس اتجاه تغيرات الدالة g

2- شكل جدول تغيرات g ثم علّل وجود عدد حقيقي α حيث $-0.38 \prec \alpha \prec -0.36$ يحقق $g(\alpha) = 0$

3 - استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$

(c_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- احسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

2 أ- بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f

ب- بين ان $f(\alpha) = 2\alpha + 3 + \dfrac{2}{\alpha - 1}$ ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3- بين ان (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعين إحداثيتها

4- أ- بين ان (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y = 2x + 1$ بجوار $+\infty$

ب- ادرس الوضع النسبي للبيان (C_f) والمستقيم (Δ)

جـ - أنشئ المنحنى (C_f) في المعلم للسابق وعلى المجال $]-1.5; +\infty[$ يعطى $f(-1.5) = 4.72$

5- لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x) = f(x^2 e^x)$

باستعمال مشتق دالة مركبة . استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها

6- لتكن الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $k(x) = (ax + b)e^{-x}$

أ- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة k دالة أصلية للدالة $x \to -xe^{-x}$

ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$