الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبية — **ثانوية الونشريسي تيسمسيلت**

الشعبة : العلوم التجريبية — **دورة: ماي 2015**

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 3 ساعات ونصف

على المتر شح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (5,5 نقطة)

I)حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $\left(z^2+3-4i\right)\left(z^2-2\left(\sqrt{3}+1\right)z+2\sqrt{3}+5\right)=0$

II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A و B و C و D التي لواحقها على الترتيب: $Z_A=1$ و $Z_B=1+2i$ و $z_C=1+\sqrt{3}+i$ و $z_D=\overline{z_c}$.

1.أكتب z_C-z_B على الشكل الآسي ثم اشرح طريقة إنشاء C و D.

2.أنشئ النقط A و B و C و D.

3.أحسب $\left(z_C-z_B\right)^{2015}$ (تعطى النتيجة على الشكل الجبري).

4.احسب قيسا للزاوية $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

5.استنتج طبيعة التحويل f الذي مركزه A ويحقق $f(\mathrm{B})=\mathrm{C}$ ثم عين عبارته المركبة.

6.أثبت أن الرباعي $ABCD$ معين يطلب تعين مساحته.

7.لتكن z_k لاحقة النقطة K صورة النقطة $E(0;1)$ بواسطة التحويل f

ـ بين أن $Z_k=\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{12}i}+1$ ثم استنتج قيمتي $\cos\left(5\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(5\frac{\pi}{12}\right)$

8.أكتب العبارة المركبة للتحاكي h الذي مركزه A ونسبته -3

9.أعط العبارة المركبة للتحويل $S=f\circ h$ ثم حدد عناصره المميزة.

10.احسب مساحة المعين $A'B'C'D'$ صورة المعين $ABCD$ بواسطة التحويل S .

التمرين الثاني: (5,5 نقطة)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

نعتبر النقط A , B , C حيث $A(3,-1,2)$, $B(-1,-1,4)$, $C(3,3,4)$

1.عين معادلة سطح الكرة (S) التي مركزها $E(1,1,3)$ والمحيطة بالمثلث ABC .

2. a عدد حقيقي غير معدوم ، بين أن $\vec{n}(a,-a,2a)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC)ثم عين معادلة ديكارتية له.

3.جد معادلة ديكارتية للمستوي (p) الذي يمس (S) في النقطة C .

4.عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .

5.بين أن النقطة Eو المستقيم (AB) يعينان مستوي (Q) يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له ثم جد معادلته الديكارتية .

6.عين H و H' المسقطان العموديان لـ E على المستوي (ABC) والمستقيم (AB) على الترتيب.

7.ماذا تمثل النقطة H بالنسبة للنقط A , B , C ثم تحقق من ذالك بالحساب.

8.استنتج مجموعة نقط تقاطع (S) و (ABC) وعناصرها المميزة.

9.أحسب حجم رباعي الوجوه $EABC$ ثم استنتج مساحة المثلث ABC.

10.عين تقاطع المستويات (ABC) و (p) و (Q).

التمرين الثالث: (4 نقاط)

f دالة معرفة على المجال $[0,2[$ كمايلي: $f(x)=\frac{1}{2-x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$

I) 1) شكل جدول تغيرات الدالة f

2) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$

3) أرسم (C_f) و (Δ)

II) (u_n) متتالية عددية معرفة على ℕ بـ: $u_0=0$ و $u_{n+1}=f(u_n)$

1) باستعمال المنحني (C_f) و (Δ) مثل على محور الفواصل الحدود u_0 و u_1 و u_2 و u_3 و u_4.

2) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n\le 1$.

4) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و استنتج تقاربها ثم أحسب نهايتها.

III) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\frac{n}{n+1}$

1) باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n=v_n$

2) لتكن المتتالية (k_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $k_n=\ln u_n$

أحسب المجموع: $S_n=k_1+k_2+.........+k_n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} s_n$.

التمرين الرابع(5 نقط):

I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ: $g(x)=1+x\ln x$

1) أدرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج أنه من أجل $x\in]0,+\infty[$: $g(x)\ge 1-e^{-1}$.

3) حدد إشارة $(x-1)\ln x$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـالعبارة : $f(x)=1+\frac{\ln x}{x}+(\ln x)^2$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين أنه من أجل $x\in]0,+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)+(x-1)\ln x}{x^2}$

2) أدرس تغيرات الدالة f

3) بين أنه يوجد عدد حقيقي α يحقق $f(\alpha)=0$ حيث $\alpha\in]0,1[$.

4) جد معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

5) أرسم (C_f) و (T).

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=x-2m+1$.

III) لتكن الدالة h المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $h(x)=(\ln x)^2$

1) بين أن الدالة: $x\to xh(x)-x^2h'(x)+2x$ هي دالة أصلية للدالة h على $]0,+\infty[$.

2) احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلتها : $x=\alpha$ و $x=1$ و $y=0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول :(5نقاط)

اجب بصح أو خطأ على الأسئلة التالية مع التبرير

1) الشكل الجبري للعدد المركب $\left(1+\sqrt{3}i\right)^4.\left(\sqrt{3}+i\right)^5$ هو $256\sqrt{3}+256i$

2) المعادلة: $z^2+6\overline{z}-7=0$ تقبل حلين مختلفين .

3) z_1 و z_2 عددا ن مركبان يحققان: $|z_1|=|z_2|=1$ العدد المركب L حيث $L=\dfrac{z_1+z_2}{1+z_1z_2}$ هو عدد حقيقي.

4) z_1 عدد مركب معرف كما يلي: $2z_1=3+i\sqrt{3}$

قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد المركب $\left(\dfrac{z_1}{\sqrt{3}}\right)^n$ تخيلي صرف هي: $n=3+6k$ مع $k\in\mathbb{N}$

5) θ عدد حقيقي ، M نقطة من المستوي لاحقتها $Z=2i+\dfrac{\sqrt{2}}{1-i}e^{i\theta}$ مجموعة النقط M لما يتغير العدد الحقيقي θ على $\mathbb{R}$ هي دائرة نصف قطرها 1 ومركزها $\Omega(0,2)$

التمرين الثاني : (4,5 نقطة)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=-3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\dfrac{2}{3}u_n+3n-1$

1) احسب u_1 ، u_2 ، u_3.

2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 3$، $u_n>0$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 4$، $u_n>3n-4$

جـ) استنتج نهاية المتتالية (u_n).

3) نعرف المتتالية (v_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=u_n-9n+30$.

أ) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=9\left[3\left(\dfrac{2}{3}\right)^n+n\right]-30$.

4) نعتبر المتتالية الحسابية (w_n) ذات الأساس 9 وحدها الأول $w_0=-30$

ا) احسب بدلالة n المجموع $L_n=w_0+w_1+w_2+...+w_n$

ب) استنتج بدلالة n. المجموع S_n المعرف من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$.

التمرين الثالث :(4,5نقطة)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر المستقيم (Δ_1) الذي يشمل النقطة $A(2,-1,5)$ و $\vec{u}(1,-3,2)$ شعاع توجيه له وليكن المستقيم (Δ_2) المعرف بالجملة: $\begin{cases}3x+y-2=0\\2x-z+3=0\end{cases}$

1)أ.) جد تمثيلا وسيطيا لكل من (Δ_1) و (Δ_2).

ب.)بين أن (Δ_1) و (Δ_2) من نفس المستوي .

ج.)أكتب معادلة للمستوي (P) الذي يحوي (Δ_1) و (Δ_2)

2)ليكن (Q_1) و (Q_2) مستويين معادلتهما على الترتيب : $x+2y-z+2=0$ و $3x+y+2z-1=0$

أ) بين أن (Q_1) و (Q_2) متقاطعان وفق مستقيم (D) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

ب)عين (E_1) مجموعة النقط $M\,(\mathrm{x,y,z})$ من الفضاء

التي تحقق: $(x+2y-z+2)^2+(3x+y+2z-1)^2=0$

ج) عين (E_2) مجموعة النقط $N\,(\mathrm{x,y,z})$ من الفضاء

التي تحقق: $(x+2y-z+2)^2-(3x+y+2z-1)^2=0$

د) تحقق أن : $(E_1)\subset(E_2)$

التمرين الرابع :(6نقاط)

I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x-1)e^x$

1)أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2)استنتج إشارة : $g(x)+1$ على $\mathbb{R}$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـالعبارة : $f(x)=x-1-\dfrac{x}{e^x-x-1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ (لاحظ أن: $f(x)=x-1-\dfrac{1}{\dfrac{e^x-1}{x}-1}$)

2) بين أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=1+\dfrac{1+(x-1)e^x}{(e^x-x-1)^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أ) (Δ) و (D) المستقيمان اللذان معادلتهما على الترتيب : $y=x-1$ و $y=x$

بين أن (Δ) و (D) مقاربان للمنحني (C_f)

ب- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $1\prec\alpha\prec 2$ و $-2\prec\beta\prec-1$

ج- استنتج أن $e^\beta-\beta-1=\dfrac{\beta}{\beta-1}$.

6) ارسم (Δ) و (D) و (C_f) (نأخذ $\alpha=1;65$ و $\beta=-1;29$)

7) أ) بين أن $\displaystyle\int_{-1}^{\beta}\left(1+\frac{x}{e^x-x-1}\right)dx=1+\ln\left(\frac{\beta}{\beta-1}\right)$ (لاحظ أن: $\dfrac{e^x-1}{e^x-x-1}=1+\dfrac{x}{e^x-x-1}$

ب) احسب مساحة حيز المستوي المحصور بين المنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلتها على التوالي: $x=-1$ و $x=\beta$ و $y=x$

انتهى **حظ سعيد في امتحان شهادة الباكالوريا**