

\mathbb{Z} سلسلة : الحساب فيالمستوى : 3 رياضياتالتمرين الأول :

- (1) عين كل الثنائيات (a, b) من الاعداد الطبيعية حيث يكون $ab=15$
- (2) عين كل الثنائيات (x, y) من الاعداد الطبيعية التي تحقق $x^2 - 2xy = 15$
- (3) أ- انشر العبارة $(x-2)(y-3)$
ب- عين الثنائيات (x, y) من الاعداد الصحيحة التي تحقق $xy = 3x + 2y$
- (4) حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة ذات المجهول (x, y) التالية : $x^2 = 4y^2 + 3$
- (5) حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة ذات المجهول (x, y) التالية : $5xy - y^2 = 49$

التمرين الثاني :

- (1) عين كل الاعداد الصحيحة n التي يكون من أجلها $5n + 7$ قاسما لـ 12
- (2) عين الاعداد الطبيعية غير المعدومة n التي من أجلها يكون العدد $n + 6$ يقبل القسمة على n
- (3) أ) عين الاعداد الصحيحة n حيث يكون $5n + 6$ يقسم 34
ب) عين الاعداد الصحيحة n التي يكون من أجلها $5n + 6$ قاسما للعدد $n + 8$
- (4) n عدد صحيح . نضع $a = 3n + 7$ و $b = n + 1$
اثبت انه اذا كان العدد d قاسما لـ a و b فإن d يكون قاسما للعدد 4
- (5) n عدد صحيح . نضع $a = 3n + 7$ و $b = 7n + 2$
اثبت انه اذا كان العدد d قاسما لـ a و b فإن d يكون قاسما للعدد 43

التمرين الثالث :

عين كل الثنائيات (a, b) من الاعداد الطبيعية حيث :

$$(1) \begin{cases} a + b = 420 \\ PGCD(a, b) = 84 \end{cases} ; \quad (2) \begin{cases} a \times b = 360 \\ PGCD(a, b) = 6 \end{cases} ; \quad (3) \begin{cases} a^2 - b^2 = 825 \\ PGCD(a, b) = 5 \end{cases}$$

التمرين الرابع :

- (1) عين الأعداد الطبيعية التي مربعاتها تقسم العدد 584
- (2) عين العددين الطبيعيين a و b حيث $b > a$ اللذان يحققان : $\begin{cases} a + b = 32 \\ a^2 + b^2 = 584 \end{cases}$

التمرين الخامس :

- a, b, n اعداد طبيعية غير معدومة حيث : $a = 2n + 3$; $b = 5n - 2$
- (1) بين انه اذا كان العددين a و b غير اوليين فيما بينهما فإن : $PGCD(a, b) = 19$
- (2) عين قيم n التي يكون من أجلها $PGCD(a, b) = 19$

التمرين السادس :

ليكن n عددا طبيعيا

- (1) برهن ان العددين $n^2 + 5n + 4$ و $n^2 + 3n + 2$ يقبلان القسمة على $(n + 1)$
- (2) عين قيم n حتى يقبل العدد $3n^2 + 15n + 19$ القسمة على $(n + 1)$
- (3) استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي n : العدد $3n^2 + 15n + 19$ لا يقبل القسمة على $n^2 + 3n + 2$

التمرين السابع :

a, b, n اعداد طبيعية غير معدومة حيث : $a = 5n^2 + 7$; $b = n^2 + 2$

- (1) بين ان كل قاسم مشترك للعددين a و b يقسم 3
- (2) بين ان $PGCD(a, b) = 3$ اذا فقط اذا $n^2 \equiv 1[3]$
- (3) استنتج حسب قيم n ، $PGCD(a, b)$.

التمرين الثامن :

n عدد طبيعي .

نضع : $a = 5n^3 - n$; $b = n + 2$

- (1) برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $PGCD(a; b) = PGCD(b; 38)$
- (2) عين مجموعة الاعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد b قاسما للعدد a
- (3) عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الاكبر للعددين a و b
- (4) عين مجموعة الاعداد الطبيعية n بحيث يكون ، $PGCD(a, b) = 19$

التمرين التاسع :

a, b, n اعداد طبيعية غير معدومة حيث : $a = 2n^3 + 5n^2 + 4n + 1$; $b = 2n^2 + n$

- (1) بين ان العدد $(2n + 1)$ قاسم مشترك للعددين a و b
- (2) باستعمال مبرهنة بيزو بين ان $PGCD(n, n + 1) = 1$ و $PGCD[n, (n + 1)^2] = 1$
- (3) استنتج $PGCD(a, b)$.

التمرين العاشر :

n عدد طبيعي . نضع : $A = n^4 + n^2 + 1$

- (1) حلل A الى جداء عاملين من الدرجة الثانية (لاحظ ان : $A = n^4 + 2n^2 + 1 - n^2$)
- (2) نضع : $a = n^2 + n + 1$; $b = n^2 - n + 1$
 - (أ) بين ان العددين a و b فرديين
 - (ب) بين ان كل قاسم مشترك للعددين a و b يقسم $2n$ و $2(n^2 + 1)$
 - (ج) بين ان العددين n و $n^2 + 1$ اوليان فيما بينهما
 - (د) استنتج ان العددين a و b اوليان فيما بينهما

التمرين العاشر :

$$b = 13n - 1 \quad ; \quad a = 11n + 3 \quad \text{حيث } n, b, a \text{ اعداد طبيعية غير معدومة}$$

- (1) بين ان كل قاسم مشترك للعددين a و b يقسم 50
- (2) باستعمال خوارزمية اقليدس عين حلا خاصا للمعادلة : $50x - 11y = 1$ ، ثم حل في \mathbb{Z} المعادلة : $50x - 11y = 3$
- (3) استنتج قيم n التي يكون من أجلها : $PGCD(a, b) = 50$
- (4) ماهي قيم n التي يكون من أجلها : $PGCD(a, b) = 25$.

التمرين الثاني عشر :

$$b = n + 3 \quad ; \quad a = n^3 + 5n^2 + 7n + 24 \quad \text{حيث } a \text{ و } b \text{ عددين طبيعيين}$$

- (1) برهن ان $PGCD(a, b) = PGCD(a, 21)$
- (2) استنتج القيم الممكنة لـ $PGCD(a, b)$
- (3) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $PGCD(a, b) = 21$
- (4) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون الكسر $\frac{n^3 + 5n^2 + 7n + 24}{n + 3}$ غير قابل للاختزال

التمرين الثالث عشر :

$$(1) \quad A = \frac{2n+7}{n^2+7n+12} \quad \text{لكل عدد طبيعي } n \text{ نعتبر النسبة}$$

- (أ) بين ان كل من العددين $n + 3$ و $n + 4$ اولي مع العدد $2n + 7$
- (ب) استنتج ان النسبة A غير قابلة للاختزال
- (2) (أ) باستعمال خوارزمية اقليدس ، اوجد حلا خاصا للمعادلة $19x + 29y = 1$ (x و y عدنان صحيحان)
- (ب) استنتج حلا خاصا للمعادلة $19x + 29y = 818$
- (ج) حل في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة $19x + 29y = 818$

التمرين الرابع عشر :

n عدد طبيعي اكبر او يساوي 2.

- (1) بين ان العددين n و $2n + 1$ اوليان فيما بينهما
- (2) نضع : $\alpha = n + 3$, $\beta = 2n + 1$, $\delta = PGCD(\alpha; \beta)$
 - (أ) احسب $2\alpha - \beta$ ثم استنتج القيم الممكنة للعدد δ
 - (ب) برهن ان العددين α و β مضاعفات العدد 5 اذا فقط اذا كان العدد $(n - 2)$ مضاعف للعدد 5
- (3) نعتبر العددين a و b المعرفتين بما يلي : $a = n^3 + 2n^2 - 3n$; $b = 2n^2 - n - 1$
 - (أ) بين ان العدد $(n - 1)$ قاسم لكل من العددين a و b
 - (ب) نضع $d = PGCD(n(n+3); 2n+1)$ بين ان δ يقسم d ثم بين ان $\delta = d$
 - (ج) استنتج $\Delta = PGCD(a; b)$ بدلالة n
 - (د) عين Δ من اجل $n = 2014$

التمرين الخامس عشر :

- (1) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 5^n على 7
- (2) عين باقي القسمة الاقليدية للعدد 6^{2n} على 7
- (3) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من اجلها العدد $(5^n + 6^{2n} + 3)$ قابلا للقسمة على 7

التمرين السادس عشر :

- (1) عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 4^n على 11
- (2) عين مجموعة الاعداد الطبيعية n حيث : $(6 \times 1995^n + 26^{10n+2} + 7)$ يقبل القسمة على 11

التمرين السابع عشر :

- (1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 5^n على 7
- (2) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n ، العدد $(26^{6n+5} + 2 \times 47^{12n+2} + 3)$ يقبل القسمة على 7
- (3) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من اجلها العدد $(26^{6n+5} + 2 \times 47^{12n+2} + 5n)$ قابلا للقسمة على 7

التمرين الثامن عشر :

- (1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 10
- (2) استنتج باقي القسمة الاقليدية على 10 للعدد $63 \times 9^{2001} - 7^{1422}$
- (3) برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n يكون : $[10] : 3n \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv (n-1) \times 3^{2n+1}$
- (4) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $[10] : 3n \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv 0$

التمرين التاسع عشر :

- (1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 11
- (2) برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n فان العدد الطبيعي k حيث : $k = 15^{5n+1} + 26^{5n+2} - 125^{5n+3}$ يقبل القسمة على 11
- (3) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث : $\begin{cases} 15^{5n+1} + 26^{5n+2} + 3n \equiv 0 [11] \\ 8 \leq n \leq 50 \end{cases}$

التمرين العشرون :

- (1) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي قسمة 4^{2n} على 5
 - (2) عين باقي قسمة 3^n على 5
 - (3) ماهو باقي قسمة 1428^{2009} على 5؟
 - (4) ليكن العدد الطبيعي A_n حيث : $A_n = 2 + 4^{2n} + 3^n$
- عين قيم العدد الطبيعي n بحيث A_n يقبل القسمة على 5

التمرين العاشر والعشرون :

- (1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 9^n على 11
- (2) ماهو باقي قسمة 2011^{2012} على 11؟
- (3) برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n العدد $(4 \times 9^{15n+1} + 4 \times 2011^{10n} + 2011^{2012})$ يقبل القسمة على 11
- (4) عين الاعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $(2011^{2012} + 2n + 2)$ مضاعفا للعدد 11

التمرين الثاني والعشرون :

- من اجل كل عدد طبيعي n نضع : $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n$
- (1) تحقق ان : $4 \equiv -3[7]$ ، ثم بين ان $A_3 \equiv 6[7]$.
 - (2) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية لكل من العددين 2^n و 3^n على 7
 - (3) بين انه اذا كان n فرديا فان : $A_n + 1$ يقبل القسمة على 7 واستنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد A_{2011} على 7
 - (4) ماهو باقي القسمة الاقليدية للعدد A_{1432} على 7؟

التمرين الثالث والعشرون :

- (1) حل المعادلة التفاضلية : $y' = (\ln 2) y$
 - (2) نسمي f الحل الخاص لهذه المعادلة الذي يحقق $f(0) = 1$ ، عين عبارة $f(x)$
 - (3) n عدد طبيعي .
 - ادرس بواقي القسمة الاقليدية على 7 للعدد 2^n
 - استنتج باقي القسمة الاقليدية على 7 للعدد $f(2009) - 4$
 - (4) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = f(0) + f(1) + \dots + f(n)$
- ب) عين قيم العدد الطبيعي n التي يقبل من أجلها S_n القسمة على 7

التمرين الرابع والعشرون :

عين كل الثنائيات (a, b) من الاعداد الطبيعية حيث :

$$(1) \begin{cases} PPCM(a, b) = 90 \\ PGCD(a, b) = 18 \end{cases}$$
$$(2) PPCM(a, b) - 9PGCD(a, b) = 13 \quad ; \quad a \leq b$$

التمرين الخامس والعشرون :

نعتبر في \mathbb{Z} المعادلة : $(E) \quad 324x - 245y = 7 \quad \dots$

- (1) باستعمال خوارزمية اقليدس عين حلا خاصا للمعادلة (E) ، ثم حل في \mathbb{Z} هذه المعادلة
 - (2) بين انه اذا كانت الثنائية (x, y) حلا للمعادلة (E) فان : $x \equiv 0[7]$
 - (3) نضع : $PGCD(x, y) = d$
- أ) بين ان القيم الممكنة للعدد d هي 1 و 7
- ب) عين كل الثنائيات (x, y) حلول المعادلة (E) بحيث $PGCD(x, y) = 7$

التمرين السادس والعشرون :

- (1) عين القاسم المشترك الاكبر للاعداد 1996 ، 1497 و 2994
(2) نعتبر المعادلة : (I) ... $1996x - 1497y = 2994$ حيث x و y عدنان صحيحان .
(أ) اثبت ان x مضاعف للعدد 3 و y مضاعف للعدد 2 ، ثم حل المعادلة (I) .
(ب) عين الحلول (x, y) بحيث يكون : $xy = 1950$

التمرين السابع والعشرون :

- (1) حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة : (I) ... $4x - 9y = 19$
(2) ليكن d القاسم المشترك الاكبر للعددين x و y حيث (x, y) حل للمعادلة (I)
(أ) ماهي القيم الممكنة للعدد d ؟
(ب) عين حلول المعادلة بحيث يكون $d=19$
(3) عين الثنائيات (a, b) الصحيحة حلول المعادلة $4a^2 - 9b^2 = 19$

التمرين الثامن والعشرون :

- (1) حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة : $5x - 3y = 2$
(2) A عدد طبيعي يكتب في النظام ذي الاساس x ويكتب في النظام ذي الاساس y حيث
 $x \leq 12$; $y \leq 20$
عين القيم الممكنة للعددين x و y ، ثم اكتب A في النظام العشري

التمرين التاسع والعشرون :

- (1) أ- ماهو باقي القسمة الاقليدية للعدد 6^{10} على 11؟ علل
ب- ماهو باقي القسمة الاقليدية للعدد 6^4 على 5؟ علل
ج- استنتج ان $6^{40} \equiv 1[11]$ وان $6^{40} \equiv 1[5]$
د- بين ان $6^{40} - 1$ يقبل القسمة على 55
(2) x و y عدنان صحيحان
أ- بين ان المعادلة التالية ليس لها حلول : (E) ... $65x - 40y = 1$
ب- بين ان المعادلة التالية تقبل على الاقل حلا : (E') ... $17x - 40y = 1$
ج- عين باستعمال خوارزمية اقليدس حلا خاصا للمعادلة (E')
د- حل المعادلة (E') واستنتج وجود عدد طبيعي وحيد x_0 اصغر من 40 حيث : $17x_0 \equiv 1[40]$
(3) من اجل كل عدد طبيعي a ، بين انه اذا كان : $a^{17} \equiv b[55]$ و $a^{40} \equiv 1[55]$ فإن : $b^{33} \equiv a[55]$

التمرين الثلاثون :

- (1) حل في المجموعة \mathbb{Z}^2 المعادلة : $23x - 17y = 6$
(2) استنتج الاعداد الطبيعية A الاصغر من 1000 حيث باقي قسمة A على 23 هو 2 وباقي قسمة A على 17 هو 8
(3) اكتب الاعداد A المحصل عليها في النظام ذي الاساس 7

التمرين العاشر والثلاثون :

- (1) نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة ذات المجهول (x, y) التالية : (أ) $2011x - 1432y = 31$...
أ) اثبت ان العدد 2011 اولي
ب) باستعمال خوارزمية اقليدس، عين حلا خاصا (x_0, y_0) للمعادلة (1) ، ثم حل المعادلة (1)
(2) أ- عين حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 7، ثم جد باقي القسمة الاقليدية للعدد $2011^{1432 \cdot 2012}$ على 7

ب- عين قيم العدد الطبيعي n التي من اجلها يكون : $[7] \equiv 2010^n + 2011^n + 1432^n \equiv 0$

- (3) N عدد طبيعي يكتب $2\gamma\alpha$ في نظام التعداد الذي اساسه 9 حيث α, β, γ بهذا الترتيب تشكل حدودا متتابعة من متتالية حسابية متزايدة و $(\beta; \gamma)$ حل للمعادلة (1)
عين α, β, γ ثم اكتب N في النظام العشري

التمرين الثاني والثلاثون :

جب بصحيح او خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية :

- (1) المعادلة $21x + 14y = 40$ لا تقبل حولا في مجموعة الاعداد الصحيحة
(2) في نظام ذي الاساس 7 يكون : $3421 + 1562 = 5413$
(3) باقي القسمة الاقليدية للعدد : $1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2011}$ على 7 هو : 6

التمرين الثالث والثلاثون :

- (1) نعتبر المعادلة : (E) $13x - 7y = -1$... حيث x و y عدنان صحيحان . حل المعادلة (E)

(2) عين الأعداد الصحيحة النسبية a بحيث :
$$\begin{cases} a \equiv -1[7] \\ a \equiv 0[13] \end{cases}$$

- (3) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعدد 9^n على كل من 7 و 13
(4) ليكن العدد الطبيعي b المكتوب في نظام التعداد ذي الاساس 9 كما يلي : $\alpha 00\beta 086$ حيث α و β عدنان طبيعيين و $\alpha \neq 0$. عين α و β حتى يكون b قابلا للقسمة على 91.

التمرين الرابع والثلاثون :

1. نعتبر المعادلة : (1) $7x + 65y = 2009$... حيث x و y عدنان صحيحان .
أ) بين انه اذا كانت الثنائية (x, y) حلا للمعادلة (1) فان y مضاعف للعدد 7
ب) حل المعادلة (1)
2. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 9
3. عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يقبل العدد $2^{6n} + 3n + 2$ القسمة على 9
4. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 2^{6n} - 1$
أ) تحقق ان u_n يقبل القسمة على 9
ب) حل المعادلة : (2) $(7u_1)x + (u_2)y = 126567$... ذات المجهول (x, y) حيث x و y عدنان صحيحان
ت) عين الثنائية $(x_0; y_0)$ حل المعادلة (2) حيث x_0 و y_0 عدنان طبيعيين مع $y_0 \geq 25$

التمرين الخامس والثلاثون:

- (1) برهن انه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $3^{3n} - 1$ يقبل القسمة على 13
- (2) استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي n ، يقبل كل من العددين $3^{3n+1} - 3$ و $3^{3n+2} - 9$ القسمة على 13
- (3) عين حسب قيم n ، باقي القسمة الاقليدية للعدد 3^{3n} على 13 ، واستنتج باقي قسمة 2005^{2010} على 13
- (4) نضع من أجل كل عدد طبيعي p : $A_p = 3^p + 3^{2p} + 3^{3p}$
 - (أ) من اجل $p = 3n$ ، عين باقي القسمة الاقليدية للعدد A_p على 13
 - (ب) برهن انه اذا كان $p = 3n + 1$ ، فان A_p يقبل القسمة على 13
 - (ت) عين باقي القسمة الاقليدية للعدد A_p على 13 من أجل $p = 3n + 2$
- (5) يكتب العددان الطبيعيان a و b في نظام العد ذي الأساس 3 كما يلي :
$$b = \overline{1000100010000} ; a = \overline{1001001000}$$
 - (أ) تحقق ان العددين الطبيعيين a و b يكتبان على الشكل A_p في النظام العشري
 - (ب) استنتج باقي القسمة الاقليدية لكل من العددين a و b على 13

التمرين السادس والثلاثون:

- نعتبر العدد الطبيعي n الذي يكتب في نظام العد ذي الاساس 7 كمايلي : $n = \overline{11\alpha 00}$ حيث α عدد طبيعي
- (1) عين α حتى يكون n قابلا للقسمة على 3
 - (2) عين العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 5 . استنتج قيمة α حتى يكون n قابلا للقسمة على 15
 - (3) نأخذ $\alpha = 4$ ، اكتب العدد n في النظام العشري

التمرين السابع والثلاثون:

- نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين x و y حيث : $3x - 21y = 78$
1. (أ) بين ان (E) تقبل حولا في \mathbb{Z}^2
 - (ب) اثبت انه اذا كانت الثنائية (x, y) من \mathbb{Z}^2 حلا للمعادلة (E) فان $x \equiv 5[7]$. استنتج حلول المعادلة (E)
 2. (أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على 7
 - (ت) عين الثنائيات (x, y) من \mathbb{N}^2 التيس لها حلول للمعادلة (E) وتحقق $5^x + 5^y \equiv 3[7]$

نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y : (I) $4x - 9y = 319 \dots$

(1) أ) تاكد ان الثنائية (1, 82) حل للمعادلة (I)

ب) حل المعادلة (I)

(2) عين الثنائيات (a, b) الصحيحة حلول المعادلة : (II) $4a^2 - 9b^2 = 319 \dots$

(3) استنتج الثنائيات $(x_0; y_0)$ حلول للمعادلة (I) بحيث x_0 و y_0 مربعين تامين

n عدد طبيعي ، ونعتبر العددين الطبيعيين : $\alpha = n^2 + n$ و $\beta = n + 2$

(1) برهن ان $PGCD(\alpha; \beta) = PGCD(\beta; n)$

(2) استنتج القيم الممكنة لـ $PGCD(\alpha; \beta)$

(3) a و b عدنان طبيعيين يكتبان في نظام العد الذي اساسه n على الشكل : $a = \overline{3520}$; $b = \overline{384}$

أ) برهن ان العدد $3n + 2$ قاسم مشترك للعددين a و b

ب) استنتج تبعا لقيم n ان $PGCD(a; b)$ هو $3n + 2$ او $2(3n + 2)$

ت) عين العددين α و β علما ان $PGCD(a; b) = 41$

ليكن λ عددا صحيحا ونعتبر في المجموعة \mathbb{Z}^2 المعادلة (1) $43x - 13y = \lambda \dots$

(1) تحقق ان $(-3\lambda; -10\lambda)$ حل للمعادلة (1) واعط مجموعة حلول هذه المعادلة

(2) n عدد طبيعي يكتب في نظام العد الذي اساسه 6 على الشكل : $\overline{\alpha\beta\alpha\beta\alpha}$ و يكتب في نظام العد الذي اساسه 5 على

الشكل $\overline{\beta 0 \gamma \gamma}$ ، حيث α و β و γ اعداد طبيعية

أ) تحقق ان $43\alpha - 13\beta = \gamma$

ب) عين الاعداد α و β و γ واكتب العدد n في النظام العشري

التمرين العاشر و الأربعون:

(1) حل في المجموعة \mathbb{Z}^2 المعادلة (1) ... $9x - 14y = 13$ (لاحظ أن (1; 3) حل خاص)

(2) نعتبر في المجموعة \mathbb{Z}^2 المعادلة (2) ... $45x - 28y = 130$

(أ) بين انه اذا كان (x, y) حلا للمعادلة (2) فان x مضاعف للعدد 2 وان y مضاعف للعدد 5

(ب) عين مجموعة حلول المعادلة (2)

(3) n عدد طبيعي يكتب في نظام العد الذي اساسه 9 على الشكل : $2\alpha\alpha3$ ويكتب في نظام العد الذي اساسه 7 على الشكل

$5\beta\beta6$ ، حيث α و β عدنان طبيعيين

عين العددين α و β اكتب العدد n في النظام العشري

التمرين الثاني و الأربعون:

(1) جد القاسم المشترك الاكبر للعددين 180 و 225

(2) نعتبر في المجموعة \mathbb{Z}^2 المعادلة ذات المجهول (x, y) التالية : $225x - 180y = 90$... (1)

(أ) عين خاصا $(x_0; y_0)$ للمعادلة (1) ، ثم استنتج مجموعة حلولها في \mathbb{Z}^2

(ب) عين جميع الثنائيات الصحيحة (x, y) التي هي حلول المعادلة (1) والتي تحقق : $|x - y + 1| < 2$

(3) a و b عدنان طبيعيين يكتبان على الترتيب 52 و 252 في النظام العد ذي الاساس α ويكتبان 44 و 206 في نظام

العد ذي الاساس β

- عين α و β ثم عين a و b

التمرين الثالث و الأربعون:

a عدد طبيعي حيث $a > 5$

y عدد طبيعي يكتب 4452 في نظام التعداد ذي الاساس a ويكتب 2020 في نظام التعداد ذي الاساس $(a + 2)$

(1- أ) بين ان a يحقق : $a(2a^2 - 8a - 21) = 18$

(ب) عين قيمة a

(ج) اكتب العدد y في النظام العشري

(2- أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على 9

(ب) استنتج باقي قسمة العدد : $4^{2013} - 3 \times y^{2011} - y^{2010}$ على 9