

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية أم البواقي

وزارة التربية الوطنية

دورة: ماي 2014

امتحان البكالوريا التجريبي

ثانوية عناب ميلود

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 3 ساعات ونصف

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقاط)

في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، لتكن النقط: $B(0,3,1)$, $A(1,-1,3)$, $D(2,1,3)$, $C(6,-7,-1)$.

1. أثبت أن مرجح الجملة $\{(A,2), (B,-1), (C,1)\}$ هو النقطة $E(4,-6,2)$.
2. عين (S) مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $\|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = 2\sqrt{21}$.
3. بين أن النقط A , B و D تعين مستويا.
4. أثبت أن المستقيم (EC) عمودي على المستوي (ABD) ، ثم أكتب معادلة ديكرتية للمستوي (ABD) .
5. عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (EC) ، ثم جد إحداثيات F نقطة تقاطع المستقيم (EC) و المستوي (ABD) .
6. أحسب المسافة بين النقطة E و المستوي (ABD) بطريقتين مختلفتين.

التمرين الثاني: (04.5 نقط)

1. حل في C المعادلة التالية ذات المجهول z : $(z - 4i)(z^2 - 4z + 8) = 0$.
2. المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (O, \vec{u}, \vec{v}) . و لنعتبر النقط A , B و C ذات اللواحق $z_C = 4i$ و $z_B = 2 - 2i$, $z_A = 2 + 2i$.
 - أ- علم النقط A , B و C في المعلم السابق.
 - ب- أكتب الأعداد z_A , z_B و z_C على الشكل المثلي.
 - ت- ليكن العدد المركب z' حيث: $z' = \frac{z_A}{z_A - z_C}$

- أحسب طولية وعمدة z' مفسرا النتائج هندسيا.

- استنتج طبيعة المثلث OAC .

ث- بين أن الرباعي $OCAB$ متوازي أضلاع.
3. أ- عين العبارة المركبة للدوران r الذي مركزه A و يحول C إلى O .
 - ب- عين لاحقة النقطة B' سابقة النقطة B بالدوران r .
 - ث- بين أن النقط O , B' , C و A تنتمي إلى نفس الدائرة.

التمرين الثالث: (04.5 نقط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty, 3[$ ب: $f(x) = \frac{2}{3-x}$ و (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) . (معطى في الصفحة المرفقة).

$$1. \text{ لنعتبر } (u_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } \mathbb{N} \text{ ب: } \begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

$$2. \text{ نضع فيما يلي } \alpha = \frac{7}{4}.$$

أ- مثل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n)

ب- ضع تخمين حول اتجاه تغير المتتالية وتقاربها.

ت- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان: $1 < u_n < 2$.

ث- بين أن (u_n) متتالية متناقصة ومتقاربة مستتجا نهايتها.

$$3. \text{ لنعتبر } (v_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - 2}$$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

ب- أكتب v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n .

$$\text{ت- أحسب } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

لنعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجالين: $]-\infty, 2[\cup]4, +\infty[$ ب:

$$f(x) = -x + 3 + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{x-4}{x-2}\right)$$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

$$1. \text{ بين أنه من أجل كل } x \text{ من }]-\infty, 2[\cup]4, +\infty[: f'(x) = \frac{-x^2 + 6x - 7}{(x-4)(x-2)}$$

2. أدرس تغيرات الدالة f على $]-\infty, 2[\cup]4, +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = -x + 3$ مستقيم مقارب مائل ل (C)

-استنتج معادلة المستقيمين المقاربين الآخرين.

4. بين أن النقطة $A(3,0)$ مركز تناظر للمنحنى (C) .

5. بين أن (C) يقبل مماسين معامل تنوجيه كلا منهما $-\frac{2}{3}$. يطلب كتابة معادلتيهما.

6. أنشئ المماسين و المستقيمت المقاربة ثم (C) .

7. استنتج من البيان عدد حلول المعادلة $f(x) = -\frac{2}{3}x + m$ حسب قيم الوسيط الحقيقي m .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب للمعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، النقط $A(0;0;10)$ ، $B(0;10;0)$ و

$C(10;0;0)$ و المستوي (P) ذو المعادلة $-10y+10z-100=0$

1- بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.

2- بين أن المستوي (P) عمودي على المستقيم (AB) في النقطة A .

3- اكتب معادلة المستوي (Q) العمودي على المستقيم (AC) في النقطة A .

4- اكتب التمثيل الوسيط للمستقيم (Δ) تقاطع كل من المستويين (P) و (Q) .

5- بين أن النقطة $D(-5; -5; 5)$ تنتمي للمستقيم (Δ) ، ثم احسب حجم الرباعي $DABC$.

التمرين الرابع: (07.5 نقط)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR بـ $g(x) = (2x + 1)e^x + 1$

1- ادرس تغيرات الدالة g على IR .

2- استنتج أن $g(x) > 0$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بـ : $f(x) = \frac{a.e^{-x}}{xe^x+b} - 1$ ، حيث a و b عدنان حقيقيان غير معدومين

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) . (وحدة الطول 2 cm)

1- أوجد قيمة العددين الحقيقيين a و b مع العلم أن المماس (T) لـ (C_f) في النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$ من

الشكل $y = -6x + 2$

نضع في مايلي $a = 3$ و $b = 1$ ، (أي أن $f(x) = \frac{3e^{-x}}{xe^x+1} - 1$)

2- (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسياً.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3- (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من IR أن : $f'(x) = \frac{-3g(x)e^{-x}}{(xe^x+1)^2}$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على IR ثم شكل جدول تغيراتها.

4- بين أن المعادلة $3e^{-x} - xe^x - 1 = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $0.5 > \alpha > 0.4$

-استنتج نقطة تقاطع (C_f) مع محور الفواصل.

5- أنشئ كلاً من المماس (T) و المنحني (C_f) .

(II) h الدالة المعرفة على IR بـ : $h(x) = |f(|x|)|$ ، (C_h) تمثيلها البياني.

1- شكل جدول تغيرات الدالة h ، ثم في نفس المعلم السابق أنشئ (C_h) .

2- عين بيانياً قيم الوسيط m بحيث تقبل المعادلة $h(x) = m$ حلين متميزين.