

التنقيط	التصحیح
04 نقاط	التمرين الأول :
	لدينا : $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات حيث ، $\vec{AE} = 3\vec{k}, \vec{AD} = 4\vec{j}, \vec{AB} = 2\vec{i}$
0.25	(أ) التحقق أن : $\vec{AG} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$: لدينا : $\vec{AG} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CG} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$ لان : $\vec{CG} = \vec{AE} = 3\vec{k}, \vec{BC} = \vec{AD} = 4\vec{j}, \vec{AB} = 2\vec{i}$
2×0.25	(ب) تعيين إحداثي كل من الشعاعين \vec{EG} و \vec{EB} : لدينا : $\vec{EG}(2; 4; 0)$ و $\vec{EB}(2; 0; -3)$
0.5	(ج) كتابة معادلة ديكرتية للمستوي (EBG) : لدينا : \vec{EG} و \vec{EB} شعاعي توجيه للمستوي (EBG) . لتكن $M(x; y; z)$ نقطة من المستوي (EBG) يعني يوجد عدنان حقيقيان λ, β بحيث يكون : $\begin{cases} x = 2\lambda + 2\beta \\ y = 4\beta \\ z - 3 = -3\lambda \end{cases}$ أي $\vec{EM} = \lambda\vec{EB} + \beta\vec{EG}$ ومنه : $(\lambda; \beta) \in \mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x = 2\lambda + 2\beta \\ y = 4\beta \\ z = -3\lambda + 3 \end{cases}$ هي جملة التمثيل الوسيط للمستوي (EBG) . من الجملة السابقة لدينا : $\begin{cases} 3x + 2z = 3(2\lambda + 2\beta) + 2(-3\lambda + 3) \\ y = 4\beta \end{cases}$ ومنه : $\begin{cases} 3x + 2z = 6\beta + 6 \\ y = 4\beta \end{cases}$ أي $3x + 2z = 6 \times \frac{y}{4} + 6$ ومنه $6x - 3y + 4z - 12 = 0$ معادلة للمستوي (EBG) وبالتالي $3x + 2z - \frac{3}{2}y - 6 = 0$
	(2) لدينا : $\alpha \in \mathbb{R} - \{1\}$ و $M(2\alpha; 4\alpha; 3\alpha)$
0.5	(أ) التحقق أن النقطة $M \in (AG)$ ماعدا النقطة G : تمثيل وسيطي للمستقيم (AG) : $(t \in \mathbb{R})$: $\begin{cases} x = 2t \\ y = 4t \\ z = 3t \end{cases}$ نعوض بإحداثيات النقطة M في الجملة السابقة نجد : $\begin{cases} t = \alpha \\ t = \alpha \\ t = \alpha \end{cases} \begin{cases} 2\alpha = 2t \\ 4\alpha = 4t \\ 3\alpha = 3t \end{cases}$ أي M تنتمي إلى المستقيم (AG) ماعدا النقطة G لان $\alpha \in \mathbb{R} - \{1\}$
0.5	(ب) اثبات أن النقطة $M(2\alpha; 4\alpha; 3\alpha)$ لاتنتمي إلى المستوي (EBG) :

نعوض بإحداثيات النقطة $M(2\alpha; 4\alpha; 3\alpha)$ في معادلة (EBG) نجد :
 $6(2\alpha) - 3(4\alpha) + 4(3\alpha) - 12 = 12\alpha - 12$ وبما أن $\alpha \neq 1$
 فإن $12\alpha - 12 \neq 0$ ومنه $M \notin (EBG)$

(3) أ) التعبير عن الحجم V بدلالة α :

$$V = \frac{1}{3} S_{(EBG)} \times h$$

حساب $S_{(EBG)}$:

$$S_{(EBG)} = \frac{1}{2} \times EB \times EG \times \sin \widehat{BEG}$$

حساب $\sin \widehat{BEG}$:

$$\cos \widehat{BEG} = \frac{\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{EG}}{EB \times EG} = \frac{4}{2\sqrt{65}} = \frac{2}{\sqrt{65}}$$

$$\sin^2 \widehat{BEG} + \cos^2 \widehat{BEG} = 1 \quad \text{ولدينا :} \quad \sin^2 \widehat{BEG} + \frac{4}{65} = 1 \quad \text{ومنه}$$

$$\sin \widehat{BEG} = \frac{\sqrt{61}}{\sqrt{65}} \quad \text{وبالتالي} \quad \sin^2 \widehat{BEG} = 1 - \frac{4}{65} = \frac{61}{65}$$

$$S_{(EBG)} = \sqrt{61} \text{ us} \quad \text{أي} \quad S_{(EBG)} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{65} \times \frac{\sqrt{61}}{\sqrt{65}} = \sqrt{61}$$

حساب h :

$$h = d(M, (BEG)) = \frac{|12\alpha - 12|}{\sqrt{36 + 9 + 16}} = \frac{12|\alpha - 1|}{\sqrt{61}}$$

$$V = \frac{1}{3} \sqrt{61} \times \frac{12|\alpha - 1|}{\sqrt{61}} = 4|\alpha - 1| \quad \text{إذن :}$$

$$V = 4|\alpha - 1| \text{ uv} \quad \text{أي}$$

ب) حساب حجم رباعي الوجوه $AEBG$:

$$V_{AEBG} = \frac{1}{3} S_{AEB} \times GF$$

$$S_{AEB} = \frac{1}{2} \times AB \times AE = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3 \text{ us} \quad \text{لدينا :}$$

$$GF = AD = 4 \quad \text{ولدينا :}$$

$$V_{AEBG} = \frac{1}{3} \times 3 \times 4 = 4 \text{ uv} \quad \text{أي}$$

ج) تعيين قيمة α بحيث يكون الحجم V مساويا لحجم متوازي المستطيلات $ABCDEFGH$:

$$V_{ABCDEFGH} = 2 \times 3 \times 4 = 24 \text{ uv} \quad \text{لدينا :}$$

$$4|\alpha - 1| = 24 \quad \text{يعني} \quad V = V_{ABCDEFGH}$$

$$|\alpha - 1| = 6 \quad \text{ومنه}$$

$$\alpha = 7 \quad \text{إما :} \quad \alpha - 1 = 6 \quad \text{ومنه}$$

$$\alpha = -5 \quad \text{أو :} \quad \alpha - 1 = -6 \quad \text{ومنه}$$

$$\alpha \in \{-5; 7\} \quad \text{أي}$$

1 حل المعادلة $(z^2 + 3)(z^2 - 6z + 21) = 0$ في المجموعة \mathbb{C} :

0.5

$$z^2 - 6z + 21 = 0 \text{ أو } z^2 + 3 = 0 \text{ يكافئ } (z^2 + 3)(z^2 - 6z + 21) = 0$$

▪ حل المعادلة $z^2 + 3 = 0$:

$$z^2 + 3 = 0 \text{ يكافئ } z^2 = -3 = (i\sqrt{3})^2 \text{ يكافئ } z = -i\sqrt{3} \text{ أو } z = i\sqrt{3}$$

▪ حل المعادلة $z^2 - 6z + 21 = 0$:

0.5

$$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(21) = 36 - 84 = -48$$

$$\Delta = -48 = (4i\sqrt{3})^2$$

$$z_2 = \bar{z}_1 = 3 + 2i\sqrt{3} \text{ و } z_1 = \frac{6 - 4i\sqrt{3}}{2} = 3 - 2i\sqrt{3}$$

▪ مجموعة حلول المعادلة: $S = \{-i\sqrt{3}, i\sqrt{3}, 3 - 2i\sqrt{3}, 3 + 2i\sqrt{3}\}$

2 لدينا $z_D = 3 - 2i\sqrt{3}$ و $z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$, $z_B = -i\sqrt{3}$, $z_A = i\sqrt{3}$
 ▪ تبيان أن النقط A, B, C, D تنتمي الى نفس الدائرة (C) ذات المركز $\Omega(z_\Omega = 3)$:

0.5

$$\Omega A = |z_A - z_\Omega| = |i\sqrt{3} - 3| = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\Omega B = |z_B - z_\Omega| = |-i\sqrt{3} - 3| = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\Omega C = |z_C - z_\Omega| = |3 + 2i\sqrt{3} - 3| = |2i\sqrt{3}| = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\Omega D = |z_D - z_\Omega| = |3 - 2i\sqrt{3} - 3| = |-2i\sqrt{3}| = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

إذن: $\Omega A = \Omega B = \Omega C = \Omega D = 2\sqrt{3}$

ومنه النقط A, B, C, D تنتمي الى نفس الدائرة (C) ذات المركز $\Omega(z_\Omega = 3)$ ونصف

قطرها $r = 2\sqrt{3}$

3 لدينا النقطة E هي نظيرة النقطة D بالنسبة الى المبدأ O :

$$z_E = -3 + 2i\sqrt{3} \text{ أي}$$

أ) اثبات أن $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$:

0.5

$$\text{أي } \frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = \frac{3 + 2i\sqrt{3} + i\sqrt{3}}{-3 + 2i\sqrt{3} + i\sqrt{3}} = \frac{3 + 3i\sqrt{3}}{-3 + 3i\sqrt{3}}$$

$$\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = \frac{1 + i\sqrt{3}}{-1 + i\sqrt{3}} = \frac{(1 + i\sqrt{3})(-1 - i\sqrt{3})}{(-1 + i\sqrt{3})(-1 - i\sqrt{3})} = \frac{-1 - i\sqrt{3} - i\sqrt{3} + 3}{4}$$

$$\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}} \text{ وبالتالي: } \frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = \frac{2}{4} - i \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

▪ استنتاج طبيعة المثلث BEC :

0.25

$$\text{لدينا: } \frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}} \text{ يعني } \frac{BC}{BE} = 1 \text{ ومنه } BC = BE \text{ و } (\overline{BE}, \overline{BC}) = -\frac{\pi}{3}$$

أي أن المثلث BEC متقايس الأضلاع

0.5

ب) تبيان أنه يوجد دوران R مركزه النقطة B و يحول النقطة E الى النقطة C :

$$z_C - z_B = e^{-i\frac{\pi}{3}}(z_E - z_B) \quad \text{يعني} \quad \frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}} \quad \text{لدينا}$$

ومنه يوجد دوران R مركزه B ويحول النقطة E الى النقطة C أي $a = e^{-i\frac{\pi}{3}}$
زاويته $\theta = -\frac{\pi}{3}$

$$(4) \quad \text{لدينا العبارة المركبة للتحويل } S \text{ من الشكل } z' + i\sqrt{3} = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}(z + i\sqrt{3})$$

(أ) تعيين طبيعة التحويل S وعناصره المميزة :

لدينا عبارة التحويل S من الشكل $z' - z_\omega = a(z - z_\omega)$

$$\text{حيث : } a = 2e^{-i\frac{\pi}{3}} \quad \text{و} \quad z_\omega = -i\sqrt{3}$$

لدينا : $|a| = \left| 2e^{-i\frac{\pi}{3}} \right| = 2$ ومنه S تشابه مستوي مباشر نسبته $|a| = 2$

وزاويته $\theta = \arg(a) = -\frac{\pi}{3}$ ومركزه النقطة ω ذات اللاحقة $z_\omega = -i\sqrt{3} = z_B$ أي مركزه النقطة B

(ب) عين طبيعة (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z و التي تحقق :

$$z = 3 + 2\sqrt{3}e^{i\theta}$$

$$\text{لدينا : } z = 3 + 2\sqrt{3}e^{i\theta} \quad \text{يعني} \quad z - 3 = 2\sqrt{3}e^{i\theta}$$

$$\text{ومنه} \quad |z - 3| = 2\sqrt{3} \quad \text{أي} \quad \Omega M = 2\sqrt{3}$$

وبالتالي المجموعة المطلوبة (E) هي الدائرة (C) ذات المركز $\Omega(z_\Omega = 3)$ ونصف قطرها $r = 2\sqrt{3}$

(ج) تعيين طبيعة (E') صورة (E) بالتحويل S وعناصرها الهندسية :

صورة الدائرة (C) بالتشابه S هي دائرة (C') مركزها Ω' صورة Ω بالتحويل S

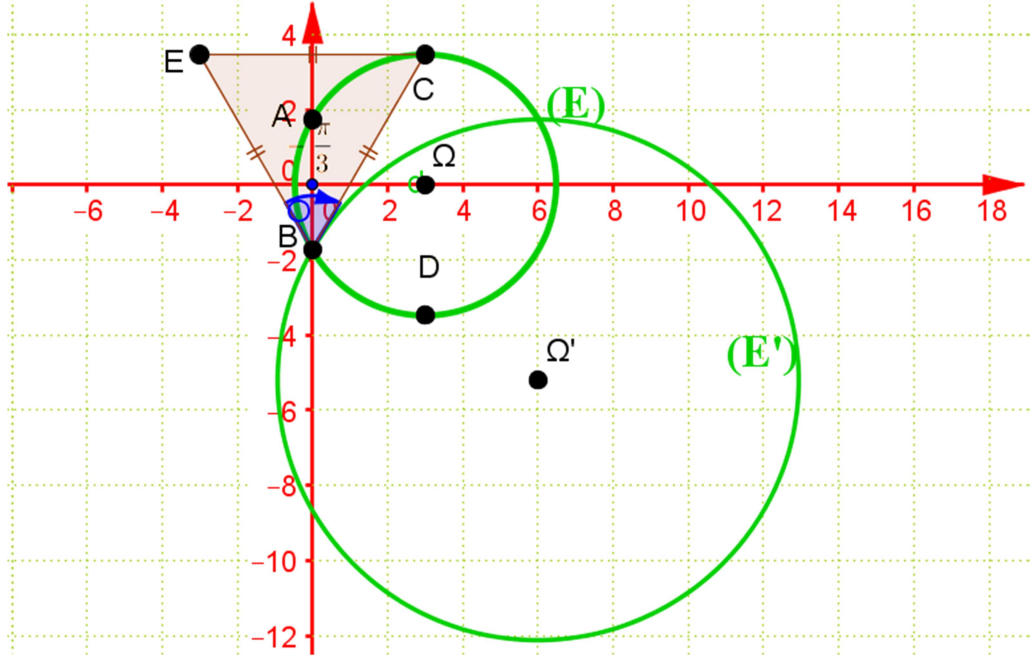
$$\text{ونصف قطرها} \quad r' = 2r = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\text{لدينا : } z_{\Omega'} + i\sqrt{3} = 2 \left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right) (z_\Omega + i\sqrt{3})$$

$$\text{أي} \quad z_{\Omega'} + i\sqrt{3} = 2 \left(\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) (3 + i\sqrt{3}) \quad \text{ومنه}$$

$$z_{\Omega'} = (1 - i\sqrt{3})(3 + i\sqrt{3}) - i\sqrt{3} = 3 + i\sqrt{3} - 3i\sqrt{3} + 3 - i\sqrt{3} = 6 - 3i\sqrt{3}$$

مركز الدائرة (E') هو $\Omega'(6 - 3i\sqrt{3})$ ونصف قطرها $r' = 4\sqrt{3}$



04.5 نقطة

التمرين الثالث :

لدينا $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ متتالية هندسية متزايدة حدودها موجبة معرفة على المجموعة \mathbb{N}^* بـ :

$$\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 100 \\ u_1 \times u_3 = 256 \end{cases}$$

(1) حساب u_2 ، u_1 و u_3 :

لدينا : $u_1 \times u_3 = u_2^2$ لان u_2 هو الوسط الهندسي للحددين u_1 و u_3 .

ومنه : $u_2^2 = 256$ يكافئ $u_2 = 16$ أو $u_2 = -16$

وبالتالي $u_2 = 16$ (لان حدود المتتالية موجبة)

وبالتالي لدينا :

$$\begin{cases} u_1 + u_3 = 68 \\ u_1 \times u_3 = 256 \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} u_1 + 32 + u_3 = 100 \\ u_1 \times u_3 = 256 \end{cases}$$

إذن u_3 و u_1 هما حلتي للمعادلة $x^2 - 68x + 256 = 0$

حساب المميز $\Delta = (-68)^2 - 4 \times 256 = 3600$

$$\text{المعادلة تقبل حلين متمايزين هما : } x_1 = \frac{68 - 60}{2} = 4 \text{ و } x_2 = \frac{68 + 60}{2} = 64$$

بما أن المتتالية متزايدة فإن $u_1 = 4$ و $u_3 = 64$

حساب الأساس q :

$$q = \frac{16}{4} = 4$$

(2) التعبير عن الحد العام u_n بدلالة n :

$$\text{لدينا : } u_n = u_1 \times q^{n-1} = 4 \times 4^{n-1} = 4^n$$

$$\text{أي } u_n = 4^n$$

(3) حساب كلا من المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ و الجداء $P_n = u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$ بدلالة n :

$$\text{لدينا : } S_n = u_1 \times \left(\frac{1 - q^n}{1 - q} \right) = 4 \times \left(\frac{1 - 4^n}{1 - 4} \right) = -\frac{4}{3} (1 - 4^n) = \frac{4}{3} \times 4^n - \frac{4}{3}$$

0.5	$S_n = \frac{4}{3} \times 4^n - \frac{4}{3}$										
0.5	<p>■ حساب الجداء :</p> $P_n = u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n = 4 \times 4^2 \times \dots \times 4^n = 4^{1+2+\dots+n}$ $P_n = 4^{\frac{n(n+1)}{2}}$ أي										
2×0.5	<p>(أ) دراسة بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على 5 تبعا لقيم العدد الطبيعي n : لدينا : $7^4 \equiv 1[5]$ $7^3 \equiv 3[5]$ $7^2 \equiv 4[5]$ $7^1 \equiv 2[5]$ $7^0 \equiv 1[5]$ إذن بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على 5 تشكل متتالية دورية دورها $P = 4$ من أجل كل عدد طبيعي k لدينا :</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>n</th> <th>$4k$</th> <th>$4k+1$</th> <th>$4k+2$</th> <th>$4k+3$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>باقي قسمة العدد 7^n على 5</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>	n	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$	باقي قسمة العدد 7^n على 5	1	2	4	3
n	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$							
باقي قسمة العدد 7^n على 5	1	2	4	3							
0.5	<p>(ب) تعيين باقي القسمة الاقليدية للعدد $2016^{1436} + 49^{2n+1} + 5n - 3$ على 5 : لدينا : $2016 \equiv 1[5]$ ومنه $2016^{1436} \equiv 1^{1436}[5]$ أي $2016^{1436} \equiv 1[5]$ و $49^{2n+1} \equiv (7^2)^{2n+1} \equiv 7^{4n+2} \equiv 7^{4n} \times 7^2 \equiv 1^{4n} \times 4 \equiv 4[5]$ أي $49^{2n+1} \equiv 4[5]$ وكذلك لدينا : $5n - 3 \equiv -3[5]$ ومنه $5n - 3 \equiv 2[5]$ وبالتالي : $2016^{1436} + 49^{2n+1} + 5n - 3 \equiv 1 + 4 + 2[5]$ أي $2016^{1436} + 49^{2n+1} + 5n - 3 \equiv 2[5]$ باقي القسمة الاقليدية للعدد $2016^{1436} + 49^{2n+1} + 5n - 3$ على 5 هو 2</p>										
0.5	<p>(ج) حساب S_n' بدلالة n :</p> $S_n' = \frac{1}{\ln 2} [\ln 4 + \ln 4^2 + \dots + \ln 4^n] = \frac{1}{\ln 2} \ln(4 \times 4^2 \times \dots \times 4^n)$ $S_n' = \frac{1}{\ln 2} \times \ln P_n = \frac{1}{\ln 2} \times \ln 4^{\frac{n(n+1)}{2}} = \frac{1}{\ln 2} \times \ln(4)^{\frac{1}{2}(n^2+n)}$ أي ومنه : $S_n' = \frac{1}{\ln 2} \times (n^2 + n) \times \ln 2 = n^2 + n$ أي $S_n' = n^2 + n$										
0.25	<p>■ تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S_n' + 4n^2 + 7^{4n} \equiv 0[5]$ $n^2 + n + 4n^2 + 7^{4n} \equiv 0[5]$ يعني $S_n' + 4n^2 + 7^{4n} \equiv 0[5]$ ومنه $n + 5n^2 + 1 \equiv 0[5]$ أي $n \equiv -1[5]$ ومنه $n \equiv 4[5]$ وبالتالي $n \equiv 5\alpha + 4$, $(\alpha \in \mathbb{N})$</p>										
07 نقاط	التمرين الرابع										
	I. لدينا الدالة العددية g معرفة على \mathbb{R}^* بـ: $g(x) = 2x^2 + 1 - \ln x $										
	(1) دراسة تغيرات الدالة g : ■ حساب النهايات :										

4×0.25	<p>لدينا : $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^2 + 1 - \ln x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^2 + 1 - \ln(-x))$</p> <p>أي $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(2x + \frac{1}{x} + \frac{\ln(-x)}{-x} \right) = +\infty$ لأن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(-x)}{-x} = 0$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (2x^2 + 1 - \ln x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (2x^2 + 1 - \ln(-x)) = +\infty$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (2x^2 + 1 - \ln x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (2x^2 + 1 - \ln(x)) = +\infty$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^2 + 1 - \ln x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^2 + 1 - \ln(x))$</p> <p>أي $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(2x + \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} \right) = +\infty$ لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$</p>
-----------------	---

0.25	<p>حساب المشتقة :</p> $g'(x) = 4x - \frac{1}{x} = \frac{4x^2 - 1}{x}$
--------	--

0.25	<p>دراسة اشارة المشتقة $g'(x)$:</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$-\frac{1}{2}$</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$g'(x)$		-	0	+	
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$								
$g'(x)$		-	0	+									

0.5	<p>جدول تغيرات الدالة g :</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$-\frac{1}{2}$</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td>$\frac{3}{2} + \ln 2$</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$g'(x)$		-	0	+		$g(x)$	$+\infty$		$\frac{3}{2} + \ln 2$		$+\infty$
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$														
$g'(x)$		-	0	+															
$g(x)$	$+\infty$		$\frac{3}{2} + \ln 2$		$+\infty$														

0.5	<p>(2) استنتاج اشارة $g(x)$ على \mathbb{R}^* :</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$g(x)$		+	
x	$-\infty$	0	$+\infty$						
$g(x)$		+							

II. لدينا f دالة معرفة على \mathbb{R}^* بـ: $f(x) = 2x - 2 + \frac{\ln|x|}{x}$

4×0.25	<p>(1) حساب النهايات :</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2x - 2 + \frac{\ln x }{x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2x - 2 - \frac{\ln(-x)}{-x} \right) = -\infty$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(2x - 2 + \frac{\ln x }{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(2x - 2 + \frac{\ln(-x)}{x} \right) = +\infty$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(2x - 2 + \frac{\ln x }{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(2x - 2 + \frac{\ln x}{x} \right) = -\infty$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - 2 + \frac{\ln x }{x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - 2 + \frac{\ln x}{x} \right) = +\infty$</p>
-----------------	--

(2) حساب المشتقة $f'(x)$:

0.25

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2} \text{ أي } f'(x) = 2 + \frac{1}{x} \times x - \ln|x| = \frac{2x^2 + 1 - \ln|x|}{x^2} = \frac{g(x)}{x^2}$$

أشارة المشتقة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$

- جدول تغيرات الدالة f :

0.5

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

(3) تبيان أن المستقيم $y = 2x - 2$ (Δ): مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$:

2 × 0.25

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2x - 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[2x - 2 + \frac{\ln|x|}{x} - 2x + 2 \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(-x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2x - 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-\frac{\ln(-x)}{-x} \right] = 0 \text{ أي}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[2x - 2 + \frac{\ln|x|}{x} - 2x + 2 \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

ولديه المستقيم $y = 2x - 2$ (Δ): مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$

■ دراسة الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى المستقيم $y = 2x - 2$ (Δ):

$$f(x) - y = 2x - 2 + \frac{\ln|x|}{x} - 2x + 2 = \frac{\ln|x|}{x} \text{ ندرس اشارة الفرق}$$

$$f(x) - y = 0 \text{ يعني } \frac{\ln|x|}{x} = 0 \text{ ومنه } \ln|x| = 0 \text{ و } x \neq 0$$

$$\ln|x| = 0 \text{ يعني } |x| = 1 \text{ ومنه إما } x = 1 \text{ أو } x = -1$$

0.5

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f(x) - y$		-	0	+	-	0	+
الوضع النسبي		(C_f) تحت (Δ)	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) فوق (Δ)		

(4) حساب $f(-x) + f(x)$:

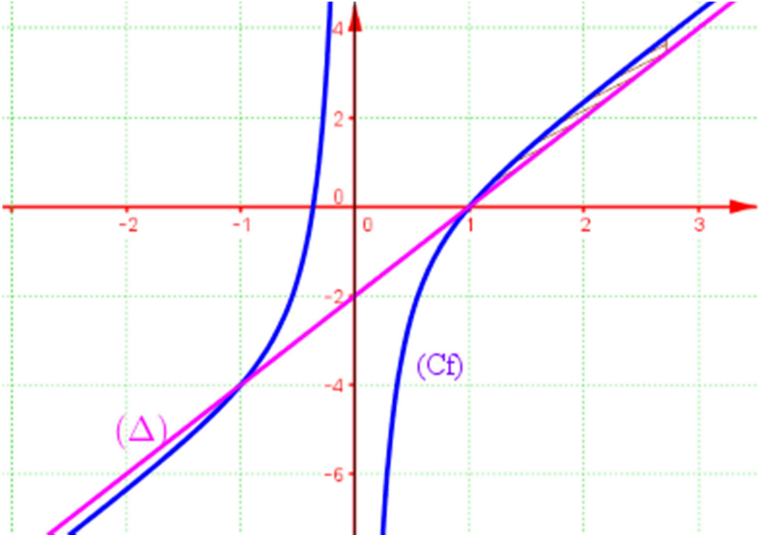
0.25

$$f(-x) + f(x) = -2x - 2 + \frac{\ln|x|}{-x} + 2x - 2 + \frac{\ln|x|}{x} = -4 - \frac{\ln|x|}{x} + \frac{\ln|x|}{x} = -4 = 2(-2)$$

الاستنتاج: النقطة $\omega(0; -2)$ مركز تناظر للمنحني (C_f)

(5) تبيان أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما 1 و الآخر α حيث $-0.4 < \alpha < -0.3$:

$$f(x) = 0 \text{ ولديه حل للمعادلة } f(1) = 2(1) - 2 + \frac{\ln|1|}{1} = 0$$

0.5	<p>- تبيان أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.4 < \alpha < -0.3$: الدالة f مستمرة و متزايدة تماما على المجال $[-0.4; -0.3]$ ولدينا : $f(-0.4) = 2(-0.4) - 2 + \frac{\ln -0.4 }{-0.4} = -0.51$ و $f(-0.3) = 2(-0.3) - 2 + \frac{\ln -0.3 }{-0.3} = 1.41$ ومنه $f(-0.4) \times f(-0.3) < 0$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.4 < \alpha < -0.3$</p>
0.5	<p>(6) الرسم :</p> 
0.5	<p>III. ليكن λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 1$. (1) حساب بدلالة λ وب cm^2 المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين الذين معادلتيهما $x = \lambda, x = 1$. لدينا : $A(\lambda) = \int_1^\lambda (f(x) - (2x - 2)) dx = \int_1^\lambda \left(2x - 2 + \frac{\ln x}{x} - 2x + 2 \right) dx$ لأنه من أجل $x \in [1; \lambda]$ المنحني (C_f) يقع فوق المستقيم (Δ). أي $A(\lambda) = \int_1^\lambda \frac{\ln x}{x} dx = \left[\frac{1}{2} (\ln x)^2 \right]_1^\lambda = \frac{1}{2} (\ln \lambda)^2 - \frac{1}{2} (\ln 1)^2 = \frac{1}{2} (\ln \lambda)^2$ us وبالتالي $A(\lambda) = \frac{1}{2} (\ln \lambda)^2 \times 4cm^2 = 2(\ln \lambda)^2 cm^2$</p>
0.25	<p>(2) تعيين قيمة λ بحيث يكون $A(\lambda) = 2cm^2$ $2(\ln \lambda)^2 cm^2 = 2cm^2$ يعني $A(\lambda) = 2cm^2$ ومنه $(\ln \lambda)^2 = 1$ إما $\ln \lambda = -1$ ومنه $\lambda = e^{-1}$ (مرفوض لان $\lambda > 1$) أو $\ln \lambda = 1$ ومنه $\lambda = e$ (مقبول)</p>

انتهى تصحيح الموضوع الأول للكالوريا التجريبي دورة ماي 2015 ☺

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح في البكالوريا 2015 🌸

يتبع بتصحيح الموضوع الثاني

