ـ﴿الامتحان التجريبي في مادة الرياضيات﴾

﴿ على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين ﴾

﴿ الموضوع الأول : (20 نقطة) ﴾

التمرين الأول : (4 نقط)

ورد في مطوية لأمن الطرق الجدول التالي الذي يعطي مسافة التوقف لسيارة بالمتر بدلالة سرعة السيارة (km/h)

سرعة السيارة (km/h) x_i	50	80	90	100	110
مسافة التوقف y_i (m)	28	58	70	83	98

1. مثل سحابة النقط $M(x_i;y_i)$ لهذه السلسلة [$1cm$ لكل $10km/h$ على محور الفواصل ، يبدأ التدرج إبتداءا من 40 ، و $1cm$ لكل $10m$ على محور التراتيب] .
2. أ) عين $(x_G;y_G)$ إحداثيتي النقطة المتوسطة G لهذه السحابة ثم مثلها .
   ب) بين أن معادلة d مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا هي : $y = 1.15\,x - 31.5$ ثم أرسمه .
   ج) ماهي المسافة اللازمة لتوقف سيارة تسير بسرعة $150km/h$.

التمرين الثاني : (4 نقط)

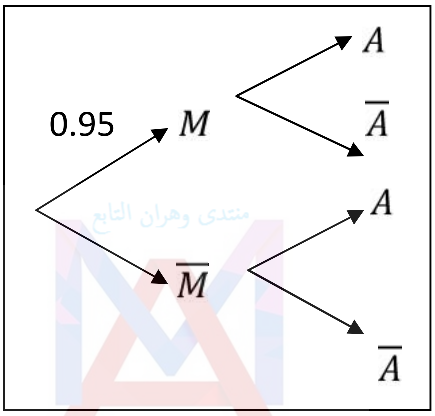
دلت دراسة إحصائية على أن 95% من أجهزة الغسالات التي تصنعها مؤسسة صناعية هي في حالة تشغيل . تم إخضاع هذه الغسالات إلى إختبار مراقبة ، فكانت النتائج كما يلي :

- ✓ عندما تكون الغسالة في حالة تشغيل ، فهي مقبولة 96% عند نهاية الإختبار .
- ✓ عندما لا تكون الغسالة في حالة تشغيل ، فهي مقبولة بنسبة 8% عند نهاية الإختبار .

نختار عشوائيا غسالة من الغسالات التي تصنعها هذه المؤسسة ، ونعرف الحوادث التالية :

M : " الغسالة في حالة إشتغال " ، A : " الغسالة مقبولة في نهاية الإختبار"

1. أتمم شجرة الإحتمالات التالية
2. ما هو إحتمال أن ترفض الغسالة في نهاية الإختبار و هي في حالة إشتغال .
3. أحسب إحتمال أن ترفض الغسالة في نهاية الإختبار .
4. تم رفض غسالة في نهاية الإختبار ، ماهو إحتمال أن تكون هذه الأخيرة في حالة إشتغال ؟



التمرين الثالث: (4 نقط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على ℕ بـ : $\begin{cases} U_{n+1} = 0.75\, U_n + 30 \\ U_0 = 40 \end{cases}$

1) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n \leq 120$.

ب) أثبت أن (U_n) متزايدة .

ج) إستنتج أن (U_n) متقاربة ، ثم حدد نهايتها

2) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على ℕ بـ : $V_n = U_n - 120$

أ) أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية و أساسها $q = 0.75$ ، عين حدها الأول .

ب) عبر عن V_n بدلالة n ، ثم إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n :
$U_n = 120 - 80\,(0.75)^n$.

3) قاعة رياضة تضم 40 مشترك سنة 2014 ، علما أنه كل سنة يتم تسجيل 30 مشترك جديد ، و 75% فقط من المشتركين يجددون إشتراكهم .

في أي سنة سيصبح عدد المشتركين أكثر من 100 شخص ؟

التمرين الرابع : (8 نقط)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 + \ln(x)$

1. أحسب نهايات الدالة g عند حدود مجموعة التعريف .

2. أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق : $0.65 < \alpha < 0.66$.

4. إستنتج إشارة $g(x)$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = 1 - x + \frac{1+\ln(x)}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجال التعريف . (نقبل أن : $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$)
2. أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$. (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)
3. أدرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
4. أثبت أن المستقيم (D) ذو المعادلة : $y = 1 - x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.
5. أوجد فاصلة نقطة تقاطع (C_f) و (D) .
6. أثبت أن $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \frac{1}{\alpha}$
7. أحسب $f(0.3)$ و $f(1.8)$ ثم أرسم (C_f) و (D) . (نأخذ $f(\alpha) \approx 1.2$)
8. عين مشتقة الدالة : $x \mapsto [\ln(x)]^2$ ، ثم إستنتج دالة أصلية للدالة f على $]0;+\infty[$.
9. أحسب : $\int_{\frac{1}{e}}^{1} [f(x) - (1-x)]\,dx$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

الموضوع الثاني

التمرين الأول(4نقط)

نعتبر صندوقين ، يضم الأول 4 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و يضم الثاني كرتين بيضاوين و 5 كرات سوداء . الكرات كلها متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس .

نرمي قطعة نقود متوازنة مرة واحدة ، فإذا ظهر الوجه نسحب عشوائيا كرة من الصندوق الأول ، أما إذا ظهر الظهر على قطعة النقود نسحب كرة من الصندوق الثاني .

لتكن F الحادثة " ظهور الوجه " و B الحادثة " الكرة المسحوبة بيضاء ".

1.شكل شجرة الإحتمالات المتوازنة لهذه التجربة العشوائية.

2- أحسب احتمال ظهور وجه.

3- أحسب احتمال سحب كرة بيضاء.

4- إذا علمت أن الكرة المسحوبة سوداء ماهو احتمال ظهور ظهر على قطعة النقوذ .

التمرين الثاني:(5نقط)

نعتبر المتتاية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = u_n + 2n + 2$.

1.أحسب u_1 ، u_2 و u_3.

2. بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما .

3.لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$: $v_n = u_{n+1} - u_n$

أ.عبر عن v_n بدلالة n.استنتج طبيعة المتتالية (v_n)؟

ب .هل العدد 2014 حد من حدود المتتالية (v_n) ؟

4..من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots\cdots + v_n$

أ. بين أن من أجل كل : $S_n = (n+1)(n+2)$.

ب. بين أن من أجل كل : $S_n = u_{n+1} - u_0$

جـ.. استنتج عبارة u_n بدلالة n.

التمرين الثالث:(6نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{-x^2 + 10x - 16}{x^2}$.

و (¥) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1.أحسب نهايات الدالة f على طرفي $]0;+\infty[$. فسر النتائج هندسيا.

2.أدرس إتجاه تغير الدالة f .ثم شكل جدول تغيراتها.

3.نسمي الدالة f'' المشتقة الثانية للدالة f على $]0;+\infty[$.

أ) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f''(x) = \dfrac{20x - 96}{x^4}$.

ب) بين أن المنحنى (¥) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها 4,8 .

4.عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (¥) مع حامل محور الفواصل . ثم أنشئ المنحنى (¥).

5.نعتبر الدالة F المعرفة على $]0;+\infty[$: $F(x) = -x + 10\ln x + \dfrac{16}{x}$

أ)بين أن الدالة F أصلية للدالة f على $]0;+\infty[$.ثم أحسب التكامل : $I = \int_2^8 f(x)dx$.

5. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$: $g(x) = \dfrac{-x^2 + 10|x| - 16}{x^2}$.

أ) بين أن g دالة زوجية .

ب) أنشئ المنحنى (′¥) الممثل للدالة g انطلاقا من المنحنى (¥) في نفس المعلم .

التمرين الرابع:(5نقط)

الجدول التالي يعطي عدد سكا ن مدينة بالآلاف بين سنة 1970و 2000

السنة	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
x_i رتبة_السنة	0	5	10	15	20	25	30
y_i عدد_السكان بالآلاف	18	21	25	30	36	42	50

-سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ ممثلة في معلم متعامد كما في الشكل أسفله .

(رتبة السنة ممثلة على محور الفواصل وعدد السكان على محور التراتيب).

1.عين إحداثيي النقطة المتوسطة G .

2.بين أن المعادلة المختصرة لمستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا هي : $y=1.06x+15.75$ ، ثم أرسمه على الشكل.(الشكل يعاد رسمه عل ورقة الإجابة)

3.بفرض أن تزايد عدد السكان يبقى على هذه الوتيرة ،قدر عدد سكان هذه المدينة سنة 2013.النتائج مدورة الى الوحدة.

الجزءالثاني: شكل السحابة يدفعنا الى البحث عن تعديل آخر بإستعمال دالة f معرفة على $[0;+\infty[$: $f(x)=ae^{bx}$

1.عين العددان الحقيقيان a و b حيث $f(0)=18$ و $f(30)=50$.العدد b قيمته مدورة الى 10^{-3} .

2.باستعمال التعديل الجديد ، قدر عدد سكان المدينة سنة 2003.(النتائج مدورة الى الوحدة).

3.أنشئ المنحنى الممثل للدالة f على الشكل أسفله .

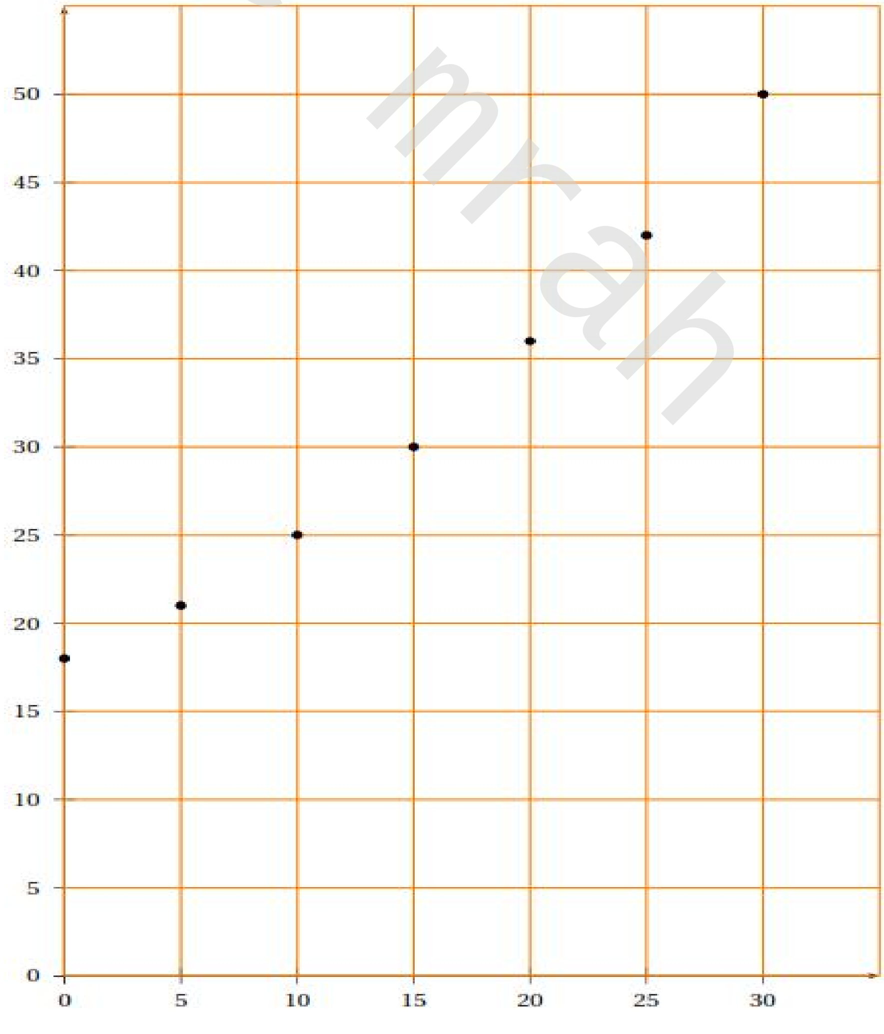
4. بلغ عدد السكان عام 2003 بهذه المدينة 55 ألف نسمة . أي التعديلان أكثر دقة ؟ برر اجابتك.

الجزء الثالث: القيمة المتوسطة

نعتبر الدالة f التي ترفق بكل رتبة سنة عدد سكان المدينة ب : $f(x)=18e^{0.034x}$

1.أحسب القيمة المتوسطة للدالة f على $[0;30]$.النتائج مدورة الى 10^{-1} .

2.بقراءة بيانية .عين السنة التي يبلغ فيها عدد السكان هذه القيمة المتوسطة ؟



بالتوفيق والسداد