

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية

المقاطعة الشرقية  
لولاية عين الدفلى  
الشعبة : تقني رياضي  
المدة : 4 ساعات

المفتشية العامة للبيداغوجية  
امتحان البكالوريا التجريبي  
دورة ماي 2017  
اختبار في مادة الرياضيات

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نعتبر النقط  $H(1, 1, 0)$ ,  $B(0, 2, -1)$ ,  $A(2, 1, 2)$

$$\begin{cases} x = -2 + 6t \\ y = 1 - 2t \\ z = 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{المعرف بتمثيله الوسيطي:}$$

(1) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(AB)$ .

(2) بين أن  $(AB)$  و  $(\Delta)$  لا ينتميان الى نفس المستوي.

(3) ليكن  $(P)$  المستوي الذي يشمل المستقيم  $(AB)$  ويوازي  $(\Delta)$ .

(أ) تحقق أن الشعاع  $\vec{n}(1, 5, 1)$  ناظمي للمستوي  $(P)$ .

(ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي  $(P)$ .

(ج) أحسب المسافة بين المستوي  $(P)$  و المستقيم  $(\Delta)$ .

(4) عين احداثيات النقطة  $I$  منتصف القطعة  $[AB]$  ثم جد معادلة ديكارتية للمستوي المحوري  $(Q)$  للقطعة  $[AB]$ .

(5) لتكن  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من الفضاء بحيث :  $MA^2 - MB^2 = 2$

- تحقق أن النقطة  $H$  تنتمي إلى  $(\Gamma)$  ثم استنتج طبيعة المجموعة  $(\Gamma)$ .

التمرين الثاني : (04 نقط)

(1) تحقق أن  $5^6 \equiv 1[7]$  و استنتج  $5^{2016} \equiv 1[7]$

(2) من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع  $S_n = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^n$

(أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $4S_n = 5^{n+1} - 1$  واستنتج أن  $S_n$  و  $5^n$  أوليان فيما بينهما.

(ب) ليكن العدد الصحيح  $a$ . بين أن  $4S_n \equiv a[7]$  إذا وفقط إذا كان  $S_n \equiv 2a[7]$ .

(ج) بين أن  $4S_{2015} \equiv 0[7]$  واستنتج باقي قسمة  $S_{2015}$  على 7.

(د) عين اصغر عدد طبيعي  $n$  غير معدوم بحيث يكون 7 قاسم لـ  $S_n$ .

(3) ليكن  $n$  عدد طبيعي غير معدوم, نعتبر في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة  $(E)$  :  $5^n x + S_n y = 1$ . تحقق أن  $(5, -4)$  حل للمعادلة  $(E)$

ثم حل في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة  $(E)$ .

### التمرين الثالث : (05 نقط)

(1) ليكن  $\theta$  عدد حقيقي من المجال  $]0, \pi[$  و  $z$  عدد مركب ,  $P(z)$  كثير حدود معرف بمايلي :

$$P(z) = z^3 - (1 - 2\cos\theta)z^2 + (1 - 2\cos\theta)z - 1$$

(أ) تحقق أن 1 جذر لـ  $P(z)$ .

(ب) عين العددين الحقيقيين  $a, b$  بحيث :  $P(z) = (z - 1)(z^2 + az + b)$

(ج) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $P(z) = 0$

(2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(o, \vec{u}, \vec{v})$ , وليكن النقط  $A, B, C$  لواحقها  $z_A, z_B, z_C$

على الترتيب حيث :  $z_A = 1, z_B = -\cos\theta + i\sin\theta$  و  $z_C = -\cos\theta - i\sin\theta$

(أ) اكتب  $z_A, z_B, z_C$  على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسي.

(ب) حدد طبيعة المثلث  $ABC$  ثم عين قيمه  $\theta$  حتى يكون قائم في  $A$ .

(ج) عين بدلالة  $\theta$  لاحقة  $G$  مركز ثقل المثلث  $ABC$ .

(د) عين  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M(x, y)$  من المستوي التي تحقق  $\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = 3\|\vec{MO}\|$

(3) نفرض  $\theta = \frac{3\pi}{4}$ , عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون  $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n$  حقيقيا.

### التمرين الرابع : (07 نقط)

(I) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $]-1, +\infty[$  بـ :  $g(x) = x^2 + 2x + \ln(x + 1)$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أحسب  $g(0)$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]-1, +\infty[$ .

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]-1, +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = x - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$ ,  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم

المتعامد والمتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أحسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

(2) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]-1, +\infty[$  يكون :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

(ج) استنتج أنه إذا كان  $x \in [0, 4]$  فإن  $f(x) \in [0, 4]$ .

(د) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  ثم أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة الى  $(\Delta)$ .

(3) أرسم كلا من المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

(4) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  والمستقيمين اللذين معادلتاهما  $x = 0$  و  $x = 1$ .

(III)  $(U_n)$  متتالية معرفة على المجموعة  $\mathbb{N}$  بمايلي:  $U_0 = 4$  و  $U_{n+1} = f(U_n)$  من أجل كل عدد طبيعي  $n$ .

(1) باستعمال المنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  مثل على حامل محور الفواصل كل من  $U_0, U_1, U_2, U_3$ .

(2) باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 \leq U_n \leq 4$

(3) بين أن المتتالية  $(U_n)$  متناقصة استنتج أنها متقاربة ثم أحسب نهاية  $U_n$  عند  $+\infty$ .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول : (04 نقط)

لتكن المتتالية  $(U_n)$  المعرفة بـ :  $U_0 = \frac{1}{4}$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $U_{n+1} = \frac{3U_n+2}{U_n+4}$

(1) عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $U_{n+1} = a + \frac{b}{U_n+4}$

(2) أ) باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $-2 < U_n < 1$

ب) برهن أن المتتالية  $(U_n)$  متزايدة تماما على  $\mathbb{N}$ .

ج) هل المتتالية  $(U_n)$  متقاربة؟

(3) لتكن المتتالية  $(V_n)$  المعرفة كما يلي :  $V_n = \frac{U_n+2}{1-U_n}$  من أجل كل عدد طبيعي  $n$ .

أ) بين أن المتتالية  $(V_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) اكتب  $V_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $U_n$  بدلالة  $n$ .

ج) احسب المجموع :  $S_n = \frac{1}{V_0} + \frac{5}{V_1} + \frac{5^2}{V_2} + \dots + \frac{5^n}{V_n}$

### التمرين الثاني : (04 نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقط  $A(1, 4, -5)$  ,  $B(3, 2, -4)$  ,

$C(5, 4, -3)$  و  $D(-2, 8, 4)$  و الشعاع  $\vec{u}(1, 5, -1)$ .

(1) بين أن  $x - 2z - 11 = 0$  هي معادلة ديكرتية للمستوي  $(ABC)$ .

(2) حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(T)$  الذي يشمل النقطة  $D$  و يوازي  $\vec{u}$ .

(3) ليكن  $(P)$  المستوي ذو المعادلة :  $x - y - z - 7 = 0$

أ) بين أن المستويين  $(ABC)$  و  $(P)$  يتقاطعان وفق مستقيم  $(\Delta)$  تمثيله الوسيطي :  $t \in \mathbb{R}$  :  $\begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = t \end{cases}$

ب) بين أن المستقيمين  $(T)$  و  $(\Delta)$  ليسا من نفس المستوي.

(4) أ) تعطى النقطتان  $E(3, 0, -4)$  و  $F(-3, 3, 5)$  , تحقق أن  $E \in (\Delta)$  و  $F \in (T)$ .

ب) عين  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M(x, y, z)$  من الفضاء التي تحقق  $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{FE} = \alpha$  مع عدد حقيقي.

ج) عين قيمة  $\alpha$  حتى يكون  $(\Gamma)$  المستوي المحوري للقطعة  $[EF]$ .

### التمرين الثالث : (05 نقط)

نعتبر كثير حدود  $P(z)$  للمتغير المركب  $z$  حيث :  $P(z) = z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - i\sqrt{3})z - i$

(1) أ) بين أن  $P(z)$  يقبل جذرا تخيلا صرفا يطلب تعيينه.

ب) عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  حيث  $P(z) = (z - i)(z^2 + az + b)$  ثم حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $P(z) = 0$ .

(2) المستوي المركب منسوب الى معلم  $(o, \vec{u}, \vec{v})$  متعامد ومتجانس. نعتبر النقط  $A, B, C$  ذات اللواحق على الترتيب:

$$Z_C = \bar{Z}_B \quad , \quad Z_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \quad , \quad Z_A = i$$

(أ) بين أن النقط  $A, B, C$  تنتمي الى دائرة  $(C)$  يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.  
(ب) بين أن  $OABC$  معين.

(3) نضع  $Z_1 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$  لاحقة النقطة  $A_1$ . لواحق النقط  $A_n$  حيث  $Z_n = (Z_1)^n$  ولتكن النقطة  $A_0$  صورة العدد المركب 1.

(أ) احسب  $Z_2$  ثم مثل النقط  $A_0, A_1, A_2$  في المعلم  $(o, \vec{u}, \vec{v})$ , (الوحدة  $2 \text{ cm}$ )  
(ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  النقط  $A_n$  تنتمي الى الدائرة  $(C)$ .

(ج) برهن أن:  $Z_{n+1} - Z_n = (Z_1)^n \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

(د) استنتج طولية  $Z_{n+1} - Z_n$  ثم المسافة  $A_n A_{n+1}$  ثم أثبت أن المثلثات  $OA_n A_{n+1}$  متقايسة الأضلاع.

(4) نعتبر  $f$  التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة  $M$  لاحقتها  $Z$  النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $Z'$  حيث:  $Z' = (1 - i\sqrt{3})Z + i\sqrt{3}$

(أ) عين طبيعة التحويل  $f$  واذكر عناصره المميزة.

(ب) عين وانشئ صورة المثلث  $OA_1 A_2$  بالتحويل  $f$ .

### التمرين الرابع : (07 نقط)

(I) دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = e^{x-2} + 1 - x$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  وشكل جدول تغيراتها.

(2) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

(II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$

( $C_f$ ) المنحنى الممثل لها في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  (وحدة الطول  $1 \text{ cm}$ ).

(1) احسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

(ب) اثبت أن المستقيم  $(d)$  ذو المعادلة  $y = x - 1$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$ .

(ج) ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(d)$ .

(2) اثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

(3) (أ) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها  $\alpha$  حيث  $0,1 < \alpha < 0,2$

(ب) اثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف  $I$  يطلب تعيين احداثياتها.

(ج) عين معادلة المماس  $(T)$  الذي يوازي المستقيم  $(d)$ .

(4) ارسم  $(d)$ ,  $(T)$  و  $(C_f)$ .

(5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $\frac{x}{e^{x-2}} = m + 1$

(6) (أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين  $H$  دالة أصلية للدالة  $h$  على  $\mathbb{R}$  حيث:  $h(x) = xe^{2-x}$  والتي تنعدم عند  $x = -1$ .

(ب) احسب  $A$  مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(d)$  والمستقيمين  $x = 0$  و  $x = 2$ .

# الحل النموذجي و سلم التنقط

بكالوريا التجريبي 2017

الشعبة : تقني رياضي

## الموضوع الأول

		<u>التمرين الاول ( 04 نقاط )</u>	
0.5	ومنه معادلة المستوي المحوري هي : (Q) : $-2x + y - 3z + 2 = 0$ $MA^2 - MB^2 = 2$ -4 التحقق أن النقطة H تنتمي إلى (Γ) معناه : $HA^2 = 5$ $HB^2 = 3$	(أ) التمثيل الوسيطى للمستقيم (AB) $\begin{cases} x = 2 - 2\alpha \\ x = 1 + \alpha \\ z = 2 - 3\alpha \end{cases}, \alpha \in \mathbb{R}$	0.5
0.25	$HA^2 - HB^2 = 5 - 3 = 2$ ومنه $H \in (\Gamma)$ وطبيعة المجموعة (Γ) حيث : $MA^2 - MB^2 = 2$ $(\vec{MA} + \vec{MB})(\vec{MA} - \vec{MB}) = 2$ $(2\vec{MI})(\vec{MA} - (\vec{MA} + \vec{AB})) = 2$ $\vec{MI} \cdot \vec{BA} = 1$	(ب) $\vec{u}_{(\Delta)}(6, -2, 4)$ شعاع توجيه (Δ) $\vec{AB}$ و $\vec{u}_{\Delta}$ غير مرتبطين لأن $\frac{6}{-2} \neq \frac{-2}{1}$	0.25
0.5	تكافئ $\vec{BA}(\vec{MH} + \vec{HI}) = 1$ تكافئ $\vec{BA} \cdot \vec{MH} + \vec{BA} \cdot \vec{HI} = 1$	ندرس التقاطع $\begin{cases} 2 - 2\alpha = -2 + 6t \\ 1 + \alpha = 1 - 2t \\ 2 - 3\alpha = 4t \end{cases}$ نجد $t = 2$ بالتعويض في الجملة (1) نجد $\begin{cases} \alpha = -4 \\ \alpha = -4 \\ \alpha = -2 \end{cases}$ تناقض	0.25
0.5	بما أن $H \in (\Gamma)$ معناه $\vec{BA} \cdot \vec{HI} = 1$ ومنه نعوض نجد : $\vec{BA} \cdot \vec{MH} + 1 = 1$ $\vec{BA} \cdot \vec{MH} = 0$ وبالتالي (Γ) هي المستوي الذي يشمل H و $\vec{BA}$ شعاع ناظمي له	ومنه $\alpha$ ليس وحيد اذن المستقيمان (AB) و (Δ) غير منقطعان فهما ليسا من نفس المستوي -2 (P) يشمل (AB) ويوازي (Δ) معناه (أ) تحقق ان $\vec{n}(1, 5, 1)$ ناظمي للمستوي (P) $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$ $\vec{n} \cdot \vec{u}_{\Delta} = 0$	0.5
0.25	$5^6 = 15625$ $5^6 \equiv 1 [7]$ ندرس بواقي قسمة $5^n$ على 7	(ب) معادلة المستوي (P) $\vec{n}$ ناظمي لـ (P) معناه $(P): x + 5y + z + d = 0$ بما أن $A \in (P)$ معناه : $2 + 5(1) + 2 + d = 0$ $d = -9$	0.5
0.25	$5^0 \equiv 1[7], 5^1 \equiv 5[7], 5^2 \equiv 4[7]$ $5^3 \equiv 6[7], 5^4 \equiv 2[7], 5^5 \equiv 3[7]$ $5^6 \equiv 1[7]$ دورية و دورها $k = 6n$	ومنه (P): $x + 5y + z - 9 = 0$ ج حساب المسافة بين (P) و (Δ) $d((\Delta), (P)) = \frac{ -2+6t+5(1-2t)+4t }{\sqrt{1^2+5^2+1^2}}$ $d((\Delta), (P)) = \frac{\sqrt{3}}{3}$	0.5
0.25	$5^6 \equiv 1[7]$ $5^{2016} \equiv 5^{6n} \equiv 1[7]$ $2016 = 6 \times 336 = 6n$ $S_n = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^n$ -2 (أ) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n و $4S_n = 5^{n+1}$ لذلك نحسب $S_n = 1 + 5^0 + 5^1 + 5 \times 5 \dots 5^n$ مجموع حدود متتالية هندسية حددا الاول 1 و أساسها $q = 5$	-3 احداثيات I منتصف [AB] $I(1, \frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ معادلة المستوي (Q) المحوري للقطعة [AB] $-2x + y - 3z + d = 0$ يشمل النقطة I (Q) $d = 2$	0.25
0.25	$S_n = 1 \left( \frac{5^{n+1} - 1}{5 - 1} \right)$		

01	$S_n = \frac{5^{n+1} - 1}{4}$ <p>-3 حلول المعادلة (E) هي :  <math>(x, y) = (KS_n + 5, -K \times 5^n - 4)</math> , <math>K \in \mathbb{Z}</math></p>	<p>ومنه</p> $4S_n = 5^{n+1} - 1$	0.25
0.25	<p><b>التمرين الثالث (05 نقط)</b></p> <p>-1</p>	<p>لدينا</p> $4S_n = 5^{n+1} - 1$ <p>تكتب على الشكل <math>5 \times 5^n - 4S_n = 1</math></p>	0.25
0.5	<p>(أ) <math>P(1) = 0</math></p> <p>(ب)</p>	<p>يوجد (5, -4) بحيث</p> $5 \times 5^n - 4S_n = 1$ <p>ومنه <math>S_n = 5^n</math> , أوليان فيما بينهما</p>	0.25
0.5	<p>(ج) حلول المعادلة هي:</p> $S = \{1; -\cos(\theta) + i \sin(\theta); -\cos(\theta) - i \sin(\theta)\}$ <p>-2 (أ) الشكل المثلثي :</p>	<p>(ب) بين إذا كان <math>4S_n \equiv a [7]</math> فإن <math>S_n \equiv 2a [7]</math></p> <p>لدينا</p> $4S_n \equiv a [7]$	0.25
0.025	$Z_A = \cos 2\pi + i \sin 2\pi$ $\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$ $\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$	<p>نضرب في 2</p> $8S_n \equiv 2a [7]$ $8 \equiv 1 [7]$	0.25
0.025	$Z_B = \cos(\pi - \theta) + i \sin(\pi - \theta)$ $Z_C = \overline{Z_B}$	<p>ومنه</p> $S_n \equiv 2a [7]$	0.25
0.025	<p>ومنه <math>Z_C = \cos(-\pi + \theta) + i \sin(-\pi + \theta)</math></p> <p><u>الشكل الأسّي:</u></p>	<p>العكس:</p> <p>بين أنه إذا كان <math>S_n \equiv 2a [7]</math> فإن <math>4S_n \equiv a [7]</math></p> <p>لدينا</p>	0.25
0.075	$Z_A = e^{2i\pi}$ $Z_B = e^{i(\pi - \theta)}$ $Z_C = e^{i(-\pi + \theta)}$	<p>نضرب في العدد 4</p> $S_n \equiv 2a [7]$	0.25
0.025	<p>بـ <math>\Delta ABC</math> طبيعة المثلث</p> $ AC  =  Z_C - Z_A  = \sqrt{2 + 2 \cos \theta}$	$4S_n \equiv 8a [7]$	0.25
0.025	$ AB  =  Z_B - Z_A  = \sqrt{2 + 2 \cos \theta}$ <p>ومنه المثلث متساوي الساقين</p>	$8a \equiv a [7]$ $4S_n \equiv a [7]$	0.25
0.025	<p>نعين <math>\theta</math> حتى يكون المثلث <math>ABC</math> قائم في <math>A</math> :</p>	<p>(ج) بين أن : <math>4S_{2015} \equiv 0 [7]</math></p> <p>باستعمال السؤال 1 نجد <math>5^{2016} \equiv 1 [7]</math> ومنه</p>	0.25
0.025	<p>الجاء السلمي <math>\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0</math> نجد <math>\theta = \frac{\pi}{2}</math></p>	$4S_{2015} \equiv 5^{2016} - 1 [7]$ $5^{2016} - 1 \equiv 0 [7]$	0.25
0.025	<p>(د) المجموعة <math>(\Gamma)</math> حيث :</p> $Z_G = \frac{Z_A + Z_B + Z_C}{3}$ $Z_G = \frac{1 - 2 \cos \theta}{3}$	$4S_{2015} \equiv 0 [7]$ <p>استنتج باقي قسمة <math>S_{2015}</math> على 7</p> <p>لدينا حسب ما سبق:</p>	0.25
0.5	$\ \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\  = 3\ \vec{MO}\ $ <p>معناه</p> <p>ومنه <math>(\Gamma)</math> محور القطعة <math>[OG]</math> حيث <math>G</math> مركز ثقل المثلث <math>ABC</math></p>	$4S_{2015} \equiv 0 [7]$ <p>فان</p> $S_{2015} \equiv 2 \times 0 [7]$ <p>ومنه باقي قسمة على 7 هو العدد 0</p>	0.25
0.5	<p>-3 قيم العدد الطبيعي <math>n</math> حتى يكون :</p> $\left(\frac{Z_B}{Z_C}\right)^n = \cos \frac{n\pi}{2} + i \sin \frac{n\pi}{2}$ <p>حقيقيا معناه <math>\left(\frac{Z_B}{Z_C}\right)^n = \cos \frac{n\pi}{2} + i \sin \frac{n\pi}{2}</math> حقيقيا</p> $\sin \frac{n\pi}{2} = 0$ <p>أي</p> $\frac{n\pi}{2} = k\pi$ <p>ومنه</p> <p>و بالتالي : <math>n = 2k</math> مع <math>k \in \mathbb{N}</math></p>	<p>(د) عين اصغر عدد طبيعي <math>n</math> حيث يكون 7 قاسم لـ <math>S_n</math></p> <p>معناه:</p> $S_n \equiv 0 [7]$ $5^{n+1} - 1 \equiv 0 [7]$ $5^{n+1} \equiv 1 [7]$ $5^{n+1} \equiv 5^0 [7]$ <p>1 - مرفوضة , <math>n = -1</math>, <math>n + 1 = 0</math></p> <p>وهو المطلوب , <math>n = 5</math> , <math>n + 1 = 6</math></p>	0.5

**التمرين الرابع (07 نقط)**

I.

(1) المشتقة:

$$g'(x) = 2(x+1) + \frac{1}{x+1}$$

0.25

من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]-1, +\infty[$ :

0.25

$$g'(x) > 0$$

ومنه الدالة متزايدة تماما

0.25

جدول التغيرات:

$x$	-1	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	↗	

0.25

(2) حساب  $g(0) = 0$

0.25

إشارة:  $g(x) > 0$  لما  $x \in ]0, +\infty[$

$g(x) < 0$  لما  $x \in ]-1, 0[$

II.

(1) النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty ; \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$$

0.25

0.25

$x = -1$  مستقيم مقارب

(2)

0.5

أ) حساب المشتقة:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$$

0.25

ب)  $f'(x)$  هي من إشارة  $g(x)$  ومن ثم الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $]0, +\infty[$  ومتناقصة تماما على  $]-1, 0[$

0.25

جدول التغيرات

$x$	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$	$+\infty$	↘ 0 ↗	$+\infty$

0.25

ج) لدينا:  $0 \leq x \leq 4$

بما أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $[0, 4]$  فإن

$$f(0) \leq f(x) \leq f(4) :$$

$$0 \leq f(x) \leq 4 - \frac{\ln 5}{5} \leq 4$$

0.25

د)  $y = x$  مستقيم مقارب للمنحنى:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - x] = 0$$

0.25

دراسة الوضعية:

$x$	-1	0	$+\infty$
$f(x) - x$	+		-
الوضعية	أعلى		أسفل
	يقطع		

(3) التمثيل البياني  $(C_f)$  و  $(\Delta)$

(4) حساب مساحة الحيز

$$0.25 \quad A = \int_0^1 (x - f(x)) dx$$

$$0.25 \quad = \int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx$$

$$0.25 \quad = \frac{1}{2} [\ln(x+1)]^2 \Big|_0^1$$

$$= \frac{1}{2} (\ln(2))^2$$

III.

(2) باستعمال البرهان بالتراجع:

نتحقق من أجل  $n = 0$  لدينا  $U_0 = 4$

$$0 \leq U_0 \leq 4$$

0.75

نفرض أن:  $0 \leq U_n \leq 4$

بما أن الدالة متزايدة على المجال  $[0, 4]$  فإن:

$$f(0) \leq f(U_n) \leq f(4)$$

$$0 \leq f(U_n) \leq 4$$

حسب النتيجة (2) ج) فإن:  $0 \leq U_{n+1} \leq 4$

ومنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $0 \leq U_n \leq 4$

0.25

(3) المتتالية  $(U_n)$  متناقصة لأن من أجل كل  $x$

من  $]0, +\infty[$

$$f(x) - x \leq 0$$

و بما أن من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

$$0 \leq U_n \leq 4$$

0.25

فإن:  $U_{n+1} - U_n \leq 0$  أي  $f(U_n) - U_n \leq 0$  لدينا المتتالية  $(U_n)$  متناقصة و محدودة من الأسفل بالعدد 0 فهي متقاربة حساب

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$$

المتتالية  $(U_n)$  متقاربة ومنه:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_{n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = l$$

و بما أن  $U_{n+1} = f(U_n)$

0.25

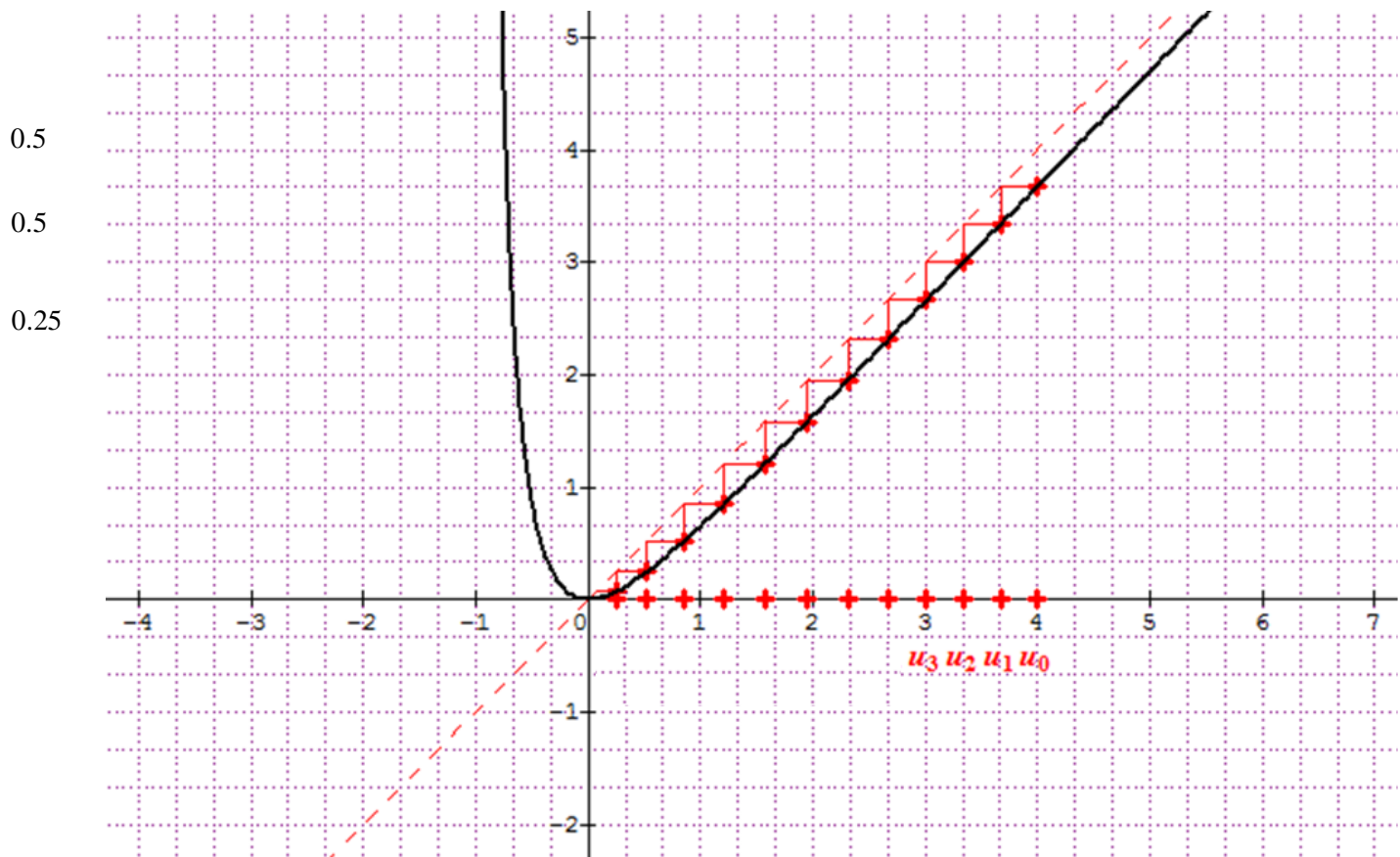
والدالة  $f$  مستمرة على المجال  $]-1, +\infty[$  فإن:

$$f(l) = l$$

ومنه  $f(l) - l = 0$

و حسب ما سبق  $l = 0$  بالتالي

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$$



التمثيل البياني للتمرين الرابع للموضوع الأول



# الحل النموذجي و سلم التنقط

بكالوريا التجريبي 2017

الشعبة : تقني رياضي

## الموضوع الثاني

		التمرين الاول ( 04 نقاط )	
0.5	نعوض نجد : $S_n = \frac{1}{3}(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n)$ $S_n = \frac{1}{3}(2^{n+1} - 1)$ <p style="text-align: center;"><u>التمرين الثاني (04 نقط )</u></p>	-1 $U_{n+1} = \frac{3U_n + 2}{U_n + 4} ; \quad U_0 = \frac{1}{4}$ <p style="text-align: right;">تعيين a و b في :</p> $U_{n+1} = a + \frac{b}{U_n + 4}$ <p style="text-align: right;">ومنه :</p> $U_{n+1} = \frac{a(U_n + 4) + b}{U_n + 4}$ $\begin{cases} a = 3 \\ b = -10 \end{cases} \begin{cases} a = 3 \\ 4a + b = 2 \end{cases}$	0.5
0.75	$A \in (ABC) ; B \in (ABC) ; C \in (ABC) \quad (1)$		
0.5	$\begin{cases} x = k - 2 \\ y = 5k + 8 \\ z = -k + 4 \end{cases} \quad k \in \mathbb{R} \quad (2)$		
0.5	$\begin{cases} x - 2z - 11 = 0 \\ x - y - z - 7 = 0 \end{cases} \quad \text{أ) نحل الجملة}$ <p style="text-align: center;">ب) ندرس التوازي :</p>	-2 <p style="text-align: center;">أ) باستعمال البرهان بالتراجع</p> $-2 < U_n < 1$ <p style="text-align: center;">نتحقق :</p> $P(0) : -2 < U_0 < 1$ <p style="text-align: center;">نفرض :</p> $-2 < U_n < 1$ <p style="text-align: center;">نبرهن أنها صحيحة ن أجل <math>n + 1</math></p>	0.5
0.25	$(\Delta)$ غير متوازيان. ندرس التقاطع معناه نحل الجملة:		
0.5	$\begin{cases} 2t + 11 = k - 2 \\ t + 4 = 5k + 8 \\ t = -k + 4 \end{cases}$		
0.25	نعوض $t$ في المعادلة 2 نجد $k = 0$ ثم نعوض في المعادلة 3 نجد $t = 4$ ثم نعوض هذه القيم في المعادلة 1 نجد : $-2 = 19$ وهذا مستحيل. إذا $(T)$ و $(\Delta)$ ليسا من نفس المستوي.		
0.25	$E \in (\Delta) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 11 + 2t \\ 0 = 4 + t \\ -4 = t \end{cases}$		
0.25	نجد $t$ وحيد $t = -4$		
0.25	$F \in (T) \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = k - 2 \\ 3 = 5k + 8 \\ 5 = 4 - k \end{cases}$		
0.25	نجد $k$ وحيد $k = -1$		
0.5	ب) $(\Gamma) : -6x + 3y - 9z + 54 - \alpha = 0$ وهي معادلة ديكرارتيه للمستوي الذي شعاعه الناظمي $\vec{EF}$ .		
0.5	ج) $I \left( 0, \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right)$ منتصف القطعة $[EF]$ . بعد التعويض نجد $\alpha = 63$		
		ب) المتتالية $U_n$ متزايدة تماما على $N$ لان: $U_{n+1} - U_n = \frac{-(U_n - 1)(U_n + 2)}{U_n + 4}$ <p style="text-align: center;">وبما أن <math>U_n &lt; 1</math> فإن <math>U_n - 1 &lt; 0</math> و <math>U_n + 2 &gt; 0</math> فإن <math>-(U_n - 1)(U_n + 2) &gt; 0</math> وعليه فان: ولدينا كذلك <math>U_n + 4 &gt; 0</math> ومن ثم فإن <math>U_{n+1} - U_n &gt; 0</math></p> <p style="text-align: center;">ج) المتتالية <math>(U_n)</math> متقاربة لأنها متزايدة و محدودة من الأعلى بالعدد 1</p> <p style="text-align: center;">أ) 3) <math>(V_n)</math> متتالية هندسية أساسها <math>\frac{5}{2}</math> وحدها الأول <math>U_0 = 3</math></p> <p style="text-align: center;">ب) <math>V_n = 3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^n</math></p> <p style="text-align: center;">ج) حساب المجموع:</p> $V_0 = 3$ $V_1 = 3 \times \left(\frac{5}{2}\right)$ $V_1 = 3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2$ $V_n = 3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^n$	0.75

**التمرين الثالث ( 05 نقاط )**

0.25 (1) أ)  $P(\alpha i) = 0$  و  $P(i) = 0$  منه  $\alpha = 1$  نجد  
0.5 ب)

$$\begin{cases} a = \sqrt{3} \\ b = 1 \end{cases}$$

حلول المعادلة هي:

$$\left\{ i; \frac{-\sqrt{3}-i}{2}; \frac{-\sqrt{3}+i}{2} \right\}$$

0.25 (2) أ) نحسب:

$$|Z_A| = |Z_B| = |Z_C| = 1$$

ومنه النقط  $A, B, C$  تنتمي الى دائرة مركزها المبدأ  $O$

ونصف قطرها 1

نبين أن

$$\begin{cases} \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB} \\ OA = OC \end{cases}$$

ومنه الرباعي  $OABC$  معين  
0.5 (3) أ) حساب

$$Z_2 = Z_1^2 = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$$

التمثيل البياني

ب) باستعمال البرهان بالتراجع :

0.5 نتحقق : من أجل  $n = 0$  :  $OA_0 = 1$  ومنه  $A_0 \in (C)$

نفرض أن :  $A_n \in (C)$  ونبرهن أن  $A_{n+1} \in (C)$  أي  $OA_{n+1} = 1$  لدينا  $A_n \in (C)$  معناه :

$$OA_n = 1 \text{ أي } |Z_n| = |Z_1^n| = |Z_1|^n = 1$$

$$OA_{n+1} = |Z_1^{n+1}| = |Z_1^n| \times |Z_1| = 1$$

ومنه النقط  $A_{n+1}$  تنتمي الى الدائرة  $(C)$

ج) نبرهن أن:

$$Z_{n+1} - Z_n = Z_1^{n+1} - Z_1^n$$

$$= Z_1^n (Z_1 - 1)$$

$$= Z_1^n \left( -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \right)$$

0.25 د)

$$|Z_{n+1} - Z_n| = 1$$

المسافة:

$$A_n A_{n+1} = |Z_{n+1} - Z_n| = 1$$

لدينا من أجل كل عدد طبيعي  $n$

$$OA_n = OA_{n+1} = 1$$

و

$$A_n A_{n+1} = 1$$

ومنه المثلثات  $OA_n A_{n+1}$  متقايسة الأضلاع .

0.5 (4) أ)  $f$  تشابه مباشر مركزه النقطة  $A_0$  ذات

اللاحقة 1 ونسبته 2 وزاويته  $-\frac{\pi}{3}$

ب) صورة المثلث  $OA_1 A_2$  هو المثلث  $O'A'_1 A'_2$  حيث

$$O' = f(O) \quad , \quad O'(0, \sqrt{3})$$

$$A'_1 = f(A_1) \quad , \quad A'_1(2, \sqrt{3})$$

$$A'_2 = f(A_2) \quad , \quad A'_2(1, 2\sqrt{3})$$

**التمرين الرابع ( 07 نقاط )**

0.25 I. 1) نحسب المشتقة:  $g'(x) = e^{x-2} - 1$   
جدول التغيرات:

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$g'(x)$		-	+
$g(x)$		↘ 0 ↗	

0.25 (2) اشارة :  $g(x) \geq 0$

II.

1) أ) النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

ب)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - y) = 0$$

ج) وضعية  $C_f$  بالنسبة الى (d)

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f(x) - y$		0	+
الوضعية		أسفل	أعلى
		بقطع	

0.25 (2) حساب المشتقة :  $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$

ومنه اشارة  $f'(x)$  من اشارة  $g(x)$  اذن الدالة  $f$  متزايدة

تماما على  $R$

جدول التغيرات:

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

0.5 (3) أ) معناه نحل المعادلة :  $f(x) = 0$

باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة.

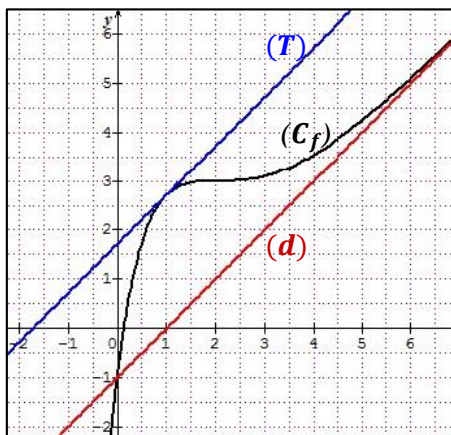
0.5 ب) نحسب المشتقة الثانية  $f''(x) = 0$

اذن المنحنى  $C_f$  يقبل نقطة انعطاف  $I(2, 3)$

0.5 ج) معادلة المماس  $(T)$  الذي يوازي (d) هي:

$$y = x - 1 + e$$

5) التمثيل البياني



		<p>(5) المناقشة البيانية: <math>f(x) = x + m</math></p> <p><math>m &lt; -1</math> المعادلة تقبل حلا واحدا سالبا</p> <p><math>m = -1</math> المعادلة تقبل حلا و هو معدوم</p> <p><math>-1 &lt; m &lt; e - 1</math> حلين موجبين تماما</p> <p><math>m = e - 1</math> حلا واحدا موجبا</p> <p><math>m = e - 1</math> ليس لها حلول</p> <p>(6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة نضع :</p> <p><math>V'(x) = e^{2-x}</math> و <math>U(x) = x</math></p> <p><math>H(x) = (-x - 1)e^{2-x}</math></p> <p>ب) حساب <math>A</math>:</p> $A = \int_0^2 (f(x) - y) dx$ $A = \int_0^2 \frac{x}{e^{x-2}} dx = \int_0^2 x e^{2-x} dx$ $A = [H(x)]_0^2$ $A = H(2) - H(0)$ $A = (e^2 - 3) cm^2$	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>
--	--	---	----------------------------------