الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية البليدة — ثانوية المصالحة الوطنية

الشعبة: علوم تجريبية — المدة: 3 ساعات ونصف

السنة الدراسية:2017/2016 — الدورة :ماي 2017

إمتحان البكالوريا التجريبية في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (4نقاط)

1. (v_n) متتالية هندسية موجبة تماما ومعرفة كمايلي: $v_1 - v_3 = \frac{7}{16}$ و $v_1 \times v_2 \times v_3 = \frac{27}{64}$

أحسب v_2 ثم q أساس المتتالية (v_n).

2. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة ب : $u_0 = \alpha$ ومن اجل كل عدد طبيعي n: $4u_{n+1} = 3u_n - 2$

- عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة .
- نضع $u_0 = \frac{-2}{3}$ ، برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n: $u_n > -2$

3. عين إتجاه تغير المتتالية (u_n).ماذا تستنتج؟

4. إذا علمت أن المتتالية (w_n)المعرفة على $\mathbb{N}$ ب : $w_n = u_n - v_n$ ثابتة .

- استنتج عبارة u_n بدلالة n، ثم احسب نهايتها.
- أحسب بدلالة n المجموع التالي : $s_n = \frac{u_1}{v_1} + \frac{u_2}{v_2} + \cdots + \frac{u_n}{v_n}$

التمرين الثاني: : (4نقاط)

1)حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$المعادلة التالية: $|z|^2 + 2i(z + \overline{z}) - z - 2i - 4 = 0$

2)في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$،نعتبر النقط A،B،C و Dالتي لواحقها على الترتيب : $z_A = -2i$ ، $z_B = 4 - i$ ، $z_C = 5 + 3i$ و $z_D = 1 + 2i$.

– أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_D}$ على الشكل الأسي واستنتج قيسا للزواية الموجهة $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{AC})$.

– تحقق أن للقطعتين $[AC]$ و $[DB]$ نفس المنتصف ، ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

3) بين أن النقطة Cهي صورة A بالتحاكي hالذي مركزه النقطة $I(1;-1)$ ونسبته (4-)،ثم جد لاحقة النقطة E صورة النقطة O بالتحاكي h.

– حدد طبيعة التحويل النقطي fالذي مركزه $I(1;-1)$ ويحول E الى C، مستنتجا نوع المثلث IEC

4)نعتبر (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $\arg(z - 4 + i) = \frac{\pi}{2} + 2\pi k\ , k \epsilon \mathbb{Z}$

– تحقق أن النقطة $P(4, \frac{3}{2})$تنتمي الى (Γ)،ثم عين طبيعة المجموعة (Γ).

التمرين الثالث:(5نقاط)

الفضاءمنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O, \vec{i}; \vec{j}; \vec{k}\right)$،

نعتبر النقط $A(-3,0,0)$ ، $B(0,0,-3)$ و $C(0,2,-2)$

1) بين أن النقط A ، B و C ليست في استقامية.

2) $\vec{u}$ شعاع من الفضاء مركباته $(\alpha, \beta, 6)$، عين العددين الحقيقيين α ، β بحيث يكون الشعاع $\vec{n}$عموديا على المستوي (ABC).استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3)ليكن (D) المستقيم المار من النقطة $\omega(1,1,1)$ والعمودي على المستوي (ABC).

- أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

4) ليكن (s) سطح كرة مركزها ω ونصف قطرها 3، أحسب المسافة $d(\omega, (ABC))$ ، ثم استنتج أن المستوي (ABC) مماس ل (s).
– حدد إحداثيات النقطة H نقطة تماس المستوي (ABC) و (s).
5) بين أن المستوي (xoz) و المستوي (ABC) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له.
– أدرس وضعية (D) و (Δ)

التمرين الرابع:(7 نقاط)
نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = (x-1)e^x + 1$
1) أدرس تغيرات الدالة f ،ثم استنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.
2) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x) = (x-2)e^x + x - 2$
-أدرس تغيرات الدالة g.
3) أثبت أن منحنى الدالة g يقبل مستقيما مقاربا مائلا (d)،ثم أدرس وضعية منحنى الدالة g بالنسبة الى (d).
4) أرسم (d) و (C_g) في المعلم المتعامد والمتجانس $(,\vec{i},\vec{j})$
5) عين قيمة لكل من العددين الحقيقيين a و b بحيث : $h: x \to h(x) = (ax+b)e^x$ تكون أصلية ل:
$L: x \to L(x) = (x-2)e^x$
6) λ عدد حقيقي أصغر من 1.أحسب المساحة $A(\lambda)$ المحددة بالمستقيمين $x = \lambda$ و $x = 1$ والمنحنى (C_g) والمستقيم (d)، ثم أحسب $\lim_{x\to-\infty} A(\lambda)$
7) عين النقطة C أين يوازي المماس المستقيم (d).
m عدد حقيقي كيفي
-نعتبر (D_m) المستقيم ذي المعادلة $y = x + m$ ، ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وعدد نقاط تقاطع (D_m) مع (C_g).

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(4نقاط)

يحتوي كيس أربع قريصات تحمل الأرقام 1، 2 ، 3، a $(a\epsilon\mathbb{N})$.نسحب قريصة واحدة ونعتبر p_kهو احتمال سحب القريصة ذات الرقم k

1)أحسب الأعداد الحقيقية p_1 ، p_2، p_3 و p_a إذا علمت أنها بهذا الترتيب تشكل حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{18}$ (تعطى كسورا غير قابلة للإختزال)

2)ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق كل قريصة مسحوبة بالرقم الذي تحمله.

أوجد قيمة العدد a إذا علمت أن الامل الرياضياتي هو $\frac{43}{9}$.

التمرين الثاني : (4نقاط)

1.عين العددين المركبين z_1 و z_2حيث : $\begin{cases} iz_1+2z_2=1+9i \\ 2z_1+iz_2=-2+8i \end{cases}$

2.نضع : $z_2=1+3i$ ، $z_2=2+4i$

- تحقق أن : $(z_2-z_1)\mathrm{e}^{-i\frac{\pi}{6}}=\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)+i\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$

-استنتج القيم المضبوطة ل $cos\frac{\pi}{12}$ و $sin\frac{\pi}{12}$

3.في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A ، Bو C التي لاحقاتها على الترتيب : $z_A=1+3i$ ، $z_B=2+4i$ و $z_C=2+3i$

(Δ) مجموعة النقط Mمن المستوي ذات اللاحقة zحيث : $z=z_A+ke^{i\frac{\pi}{4}}$ و $k\epsilon\mathbb{R}^+$

- هل النقطة A تنتمي الى المجموعة (Δ)؟علل.
- عين مجموعة النقط (Δ).

4.تحقق أن : $\frac{z_C-z}{z_B-z_A}=\frac{1}{\sqrt{2}}(\mathrm{e}^{-i\frac{\pi}{4}}-k)$ ،ثم استنتج z_H لاحقة النقطة H من(Δ) حيث يكون المستقيمان (AB) و (CH)متعامدان .

- عين z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC.

التمرين الثالث :(5نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط :$A(3;-2;2)$, $B(6;1;5)$, $C(6;-2;-1)$ و$D(9;1;2)$

المستقيم(Δ)الذي تمثيله الوسيطي هو : $\begin{cases} x=t+6 \\ y=-2\mathrm{t}-\frac{1}{2} \\ \mathrm{z}=\mathrm{t}+2 \end{cases}$ ؛$t\in\mathbb{R}$

1)بين أن المثلث ABC قائم في A وأن النقطة D تنتمي إلى المستوي (ABC).

2).بين أن المستقيم (Δ) عمودي على المستوي (ABC)،ثم اكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) .

- بين أن: $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{\mathrm{DB}}-\overrightarrow{\mathrm{DA}}=\vec{0}$ مستنتجاأن D مرجح النقط A; B; Cالمرفقة بمعاملات يطلب تعيينها .

-استنتج مع التبرير طبيعة الرباعي $ABDC$ ؛ثم احسب مساحته .

3) عين احداثيتا النقطة Iتقاطع المستقيم (Δ) والمستوي (ABC) .

-تحقق أن النقطة I هي مركز الرباعي $ABDC$،ثم عين المجموعة(γ)للنقط من الفضاءحيث :

4)لتكن N نقطة متغيرة على (Δ) تختلف عن I

-أحسب بدلالة الوسيط t الحجم $V(t)$ للهرم $ABDCN$

5. عين احداثيتي النقطتين E وF من (Δ) حتى يكون $V(t) = 36(U.V)$ $(U.V)$ وحدة الحجوم)

- استنتج أن المستوي (ABC) هو المستوي المحوري للقطعة $[EF]$.

التمرين الرابع:(7 نقاط)

لتكن f دالة معرفة $\mathbb{R} - \{0\}$ بـ : $f(x) = 1 + \frac{\ln(x^2)}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ مع $\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$

1) أدرس إتجاه تغير الدالة f،ثم شكل جدول تغيراتها.

2) احسب $f(-x) + f(x)$ ،ثمَ فسر النتيجة هندسيا.

- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاوحيدا α حيث: $0.5 < \alpha < 1$

3) أثبت أن المنحنى(C_f)يقبل مماسا(T) يشمل النقطة $A(0;1)$ ويمس (C_f) في نقطتين يطلب تعيين احداثياتهما.

4) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم المقارب ذو المعادلة $y = 1$ ثم اكتب معادلة المماس(T).

5) أنشئ (T) و(C_f)،ثم ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x حيث: $e^{mx^2} - x^2 = 0$

6) عين الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم أحسب بcm^2،مساحةالحيز المستوي A المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم ذي المعادلة$y = 1$ والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 4$ و $x = e$.

7) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $\begin{cases} h(x) = e^{f(-x)} \quad ; \quad x \neq 0 \\ h(0) = 0 \end{cases}$

ليكن(C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$.

-ادرس استمرارية وقابلية الاشتقاق الدالة h عند 0 ؛ثم فسر النتيجة هندسيا .

-احسب $h'(x)$ بدلالة f و f' .(عبارة $h(x)$ غير مطلوبة)،ثم ادرس اتجاه تغير الدالةh .