الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | **ثانوية محمد بوضياف**

امتحان بكالوريا تجريبي | **دورة: ماي 2017**

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة : الرياضيات | **المدة : 04 سا و 30 د**

على الطالب اختبار احد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الاول

التمرين الاول : (05 نقط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z+1)^2+\left(2+i\left(1+\sqrt{5}\right)\right)^2=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$,نعتبرالنقطA, B و C لواحقها على الترتيب :

$$Z_C=\overline{\sqrt{5}-2i} \text{ و } Z_B=i\left(2-\sqrt{3}\right) \quad , \quad Z_A=-1+2i.$$

أ) أحسب $|Z_C|$ و $|Z_B-Z_A|$ ثم انشئ النقط A , B و C.

ب) بين أن النقطة C هي صورة النقطة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A و نسبته $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{3}$.

ت) عين $Z_{C'}$ لاحقة النقطة C' نظيرة C بالنسبة الى A.

ث) علما أن الرباعي $BC'B'C$ متوازي أضلاع بين ان لاحقة النقطة B' هي : $Z_{B'}=-2+\left(2+\sqrt{3}\right)i$

ج) اكتب العدد المركب $\frac{Z_{B'}-Z_{C'}}{Z_B-Z_C}$ على الشكل الاسي .

ح) استنتج أن: $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\left(\overrightarrow{AB'};\overrightarrow{AC'}\right)$ و $\frac{AC}{AB}=\frac{AB'}{C'}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

التمرين الثاني :(05 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ **نعتبر النقط**

$D(0;0;m)$و$C(3;2;1)$, $B(1;2,0)$, $A(3;1;0)$

حيث m وسيط حقيقي موجب .

1) أ) أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$, ثم استنتج القيمتان المضبوطتين لكل من $\cos\widehat{ABC}$ و $\sin\widehat{ABC}$.

ب) احسب مساحة المثلث ABC.

2) بين ان الشعاع $\vec{n}(1;2;-2)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم اكتب معادلة ديكارتية له .

3) بين ان $ABCD$ رباعي وجوه .وان حجمه $V=\left(\frac{2m+5}{6}\right)ua$,حيثua وحدة حجوم.

4) لتكن (S_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق : $x^2+y^2+z^2-2mz+m^2-9=0$,حيث m وسيط حقيقي موجب

أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي m فان (S_m)سطح كرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

ب) عين مجموعة قيم m التي من اجلها يكون المستوي (A) يمس سطح الكرة (S_m)

ثم اكتب عندئذ معادلة ديكارتية للمستوي (p) الموازي للمستوي (ABC)و الماس لسطح الكرة (S_m)

التمرين الثالث: (03 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 8$ و من اجل كل عدد طبيعي n, $u_{n+1} = 2u_n + 5n - 5$

1. احسب u_1, u_2 و u_3.
2. نضع من اجل كل عدد طبيعي n , $v_n = u_n + 5n$

أ) برهن ان (v_n) متتالية هندسية , يطلب تعيين اساسها q و حدها الاول v_0.

ب) اكتب كل من v_n و n بدلالة n ' ثم أحسب نهاية u_n.

3. أ) عين العدد الطبيعي n حيث : $2^n = 2048$, و استنتج ان 2008 حد من حدود المتتالية (u_n).

ب) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي , $2^{4k+1} \equiv 2[10]$.

ج) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n , $u_n \in \mathbb{N}$ (حيث $\mathbb{N}$ مجموعة الأعداد الطبيعية)

د) عين حسب قيم n رقم آحاد العدد u_n.

التمرين الرابع : (07 نقط)

نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = ln\,(e^x + 2e^{-x})$

(C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ) أثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x, $f(x) = x + ln\,(1 + 2e^{-2x})$

ب) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$,ثم بين ان المستقيم(Δ) الذي معادلة له $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ج) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى(C_f) والمستقيم (Δ).

2. أ) أثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x , $f(x) = -x + ln\,(2 + e^{2x})$

ب) احسب$f(x)$ $\lim_{x\to-\infty}$, ثم بين ان المستقيم (Δ')الذي معادلة له $y = -x + ln2$ مقارب مائل للمنحنى(C_f).

ج) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى(C_f) و المستقيم (Δ').

3. ادرس اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها .
4. ارسم (C_f).
5. ليكن المستقيم(Δ_m) الذي معادلة له $y = mx + \frac{ln2}{2}(1 - m)$, حيث m وسيط حقيقي .

أ) بين أن جميع المستقيمات(Δ_m) تمر بالنقطة $A\left(\frac{1}{2}ln2;\frac{1}{2}ln2\right)$.

ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m , عدد نقط تقاطع المستقيم (Δ_m) و المنحنى (C_f).

6. نضع : $I = \int_2^3 (f(x) - x)dx$

أ) فسر هندسيا العدد I .

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$, $\ln\,(1 + x) \le x$.

ج) استنتج ان: $0 \le I \le \int_2^3 (2e^{-2x})dx$ و اعطي حصرا للعددI سعته 0.02 .

الموضوع الثاني

التمرين الاول : (05 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$ **نعتبر النقط** $A(-2;0;1)$, $B(1;2,-1)$و$C(-2;2;2)$

1. أ) احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, ثم استنتج قيمة مدورة الى الوحدة بالدرجات لقيس الزاوية$\widehat{BAC}$.

   ب) استنتج ان النقط B,A و C ليست في استقامية , و ان $2x-y+2z+2=0$ معادلة ديكارتية للمستوي(ABC)
2. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (p) , المستوي المحوري للقطعة $[AB]$.
3. بين ان مجموعة النقط $M(x;y;z)$من الفضاء التي تحقق : $AM=CM$, هي مستوي و ليكن (p') معادلة ديكارتية له $4y+2z-7=0$
4. بين ان(p)و(p') متقاطعان وفق مستقيم وليكن (Δ) , يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .
5. أ) بين ان المستقيم (Δ) يقطع المستوي(ABC) في نقطة ولتكن ω, يطلب تعيين احداثياتها

   ب)ماذا تمثل النقطة ωبالنسبة للمثلث ABC؟.
6. نعتبر النقطةG_α مرجح الجملة المثقلة : $\{(A;\alpha^2+1),(B;\alpha^2+2),(C;-2\alpha^2)\}$ حيث وسيط حقيقي.

   أ) برر وجود G_α من اجل كل عدد حقيقي α .

   ب) عين بدلالة α احداثيات G_α, و استنتج مجموعة النقط G_α عندما يتغيرα في $\mathbb{R}$.

التمرين الثاني :(04 نقط)

المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$, mعدد حقيقي وT_m التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z'حيث : $z'=(m+i)z+m-1-i$

1. عين مجموعة قيم mالتي من اجلها يكون T_mانسحاب
2. عين مجموعة قيم mالتي من اجلها يكون T_mدورانا يطلب تعيين مركزه و زاوية له .
3. نضع في كل من مايلي : $m=1$

   أ) عين z_0 لاحقة ωبالتحويل T_1 , حيث ω النقطة الصامدة بالتحويلT_1 .

   ب) من اجل كل عدد مركبz يختلف عن1, احسب $L=\frac{z'-1}{z-1}$.

   ت) باستعمال التفسير الهندسي لكل من الطويلة و عمدة للعدد المركب L, بين ان T_1هو تشابه مباشر , يطلب تعيين عناصره المميزة .
4. نعرف في المستوي المركب متتالية النقط (M_n) كما يلي :

$$M_0=O \text{ حيث } o \text{ مبدأ المعلم و من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم } n, M_{n+1}=T_1(M_n)$$

   أ) مثل النقط $M_1;M_2;M_3$وM_4

   ب) من اجل كل عدد طبيعي n, نضع : $d_n=\omega M_n$

   أثبت ان (d_n)متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الاول . هل المتتالية (d_n)متقاربة ؟

التمرين الثالث: (04 نقط)

1. نعتبر في مجموعة الاعداد الصحيحة النسبية $\mathbb{Z}$ المعادلة ذات المجهولين α وβ :

$(1) \dots\dots\dots\dots\dots\dots 2014\alpha = 475\beta + m$, حيث m وسيط صحيح نسبي .

عين مجموعة قيم mالتي من اجلها تقبل المعادلة (1)حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

2. نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $2014x - 475y = -19 \dots.(2)$

أ) عين الثنائية $(x_0;y_0)$ حل للمعادلة (2) و الذي يحقق : $y_0 - 4x_0 = 1$, ثم حل المعادلة (2)

ب) ليكن x و y عددان طبيعيان حيث الثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة (2) , بين ان العددين x و y أوليان فيما بينهما .

ت) عين قيم العدد الطبيعيn بحيث : $n \equiv 4[25]$ وباقي القسمة الاقليدية للعدد n على 106هو 17

ث) عين كل الثنائيات $(x;y)$من$\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة (2) بحيث يكون العدد $x + y$ مضاعف للعدد 10

التمرين الرابع : (07 نقط)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقيx المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

(C_f) *تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.(وحدة الطول cm2)*

1. *احسب نهاية الدالة f عند* $+\infty$
2. *أ)بين ان الدالة f مستمرة على يمين0*

ب) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 ثم فسر النتيجة هندسيا.

3. *أ) ادرس اتجاه تغيرالدالة f على المجال$]0;+\infty[$ثم شكل جدول تغيراتها.*

ب) بين انه يوجد عدد حقيقي موجب وحيد α يحقق: $f(\alpha) = 0$ *ثم تحقق ان* $4.6 < \alpha < 4.7$

ج) اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس للمنحنى(C_f) في نقطة منه فاصلتها 1 .

4. gالدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = f(x) - 2x - \frac{1}{2}$

أ) احسب g'و g'' من اجل كل عدد حقيقي xموجب تماما, ثم ادرس اتجاه تغيرالدالة g', واستنتج اشارتها على المجال $]0;+\infty[$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال$]0;+\infty[$, مستنتجا الوضعية النسبية للمنحنى(C_f) و المستقيم (T)

5. *انشئ(T) و (C_f) .*
6. *من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم nنضع :* $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} (x^2 \ln x)dx$

أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة , احسب I_n بدلالة n .

ب) استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ cm^2 للحيز من المستوي المحدد بالمنحنى(C_f) و المماس(T) و المستقيمين الذين معادلتاهما $x = \frac{1}{n}$ و $x = 1$, ثم احسب