

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

$$\begin{cases} x = t - 2 \\ y = 2t - 5 \\ z = -t + 4 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

نعتبر النقط $A(1;1;1)$ ، $B(3;1;0)$ ، $C(-1;0;1)$ ، $D(2;0;1)$ و (d) مستقيم تمثيله الوسيطي

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير.

① النقطة A تنتمي إلى المستقيم (d) .

② المستقيمان (d) و (BC) متعامدان .

③ المستوي (ABC) معادلته $x - 2y + 2z - 1 = 0$

④ نظيرة النقطة D بالنسبة للمستوي (ABC) هي النقطة $E(-1;6;-5)$

⑤ أ- مرجح الجملة $\{(A;2), (B;-1), (C;1)\}$ هي النقطة $G\left(-1; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

ب- مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\|2\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC}\| = 6$ هي سطح كرة مركزها $G\left(-1; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ ونصف قطرها 6

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$

النقط I ، B و A ذوات اللاحقات: $z_I = 1 - 2i$ ، $z_B = -3$ و $z_A = 2 + \overline{z_I}$

① أ- أكتب على الشكل الجبري العدد المركب: $Z = \frac{z_I - z_A}{z_I - z_B}$

ب- أكتب العدد المركب Z على الشكل الأسّي ، ثم استنتج طبيعة المثلث IAB .

② لتكن G مرجح الجملة $\{(A;1), (B;-1), (C;1)\}$ حيث $z_C = 1 - 4i$

أ- أحسب z_G لاحقة النقطة G .

ب- عين (Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي حيث: $2\|\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC}\| = \|\overline{MA} + \overline{MC}\|$

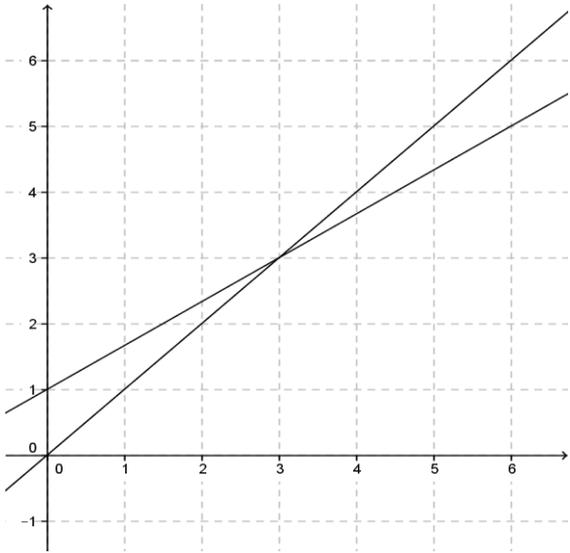
③ ليكن f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z ، النقطة M' ذات اللاحقة z'

حيث: $z' = 2iz + \alpha$ مع α عدد مركب .

أ- عين قيمة α بحيث تكون A صورة I بالتحويل f

ب- عين طبيعة التحويل f مع ذكر عناصره المميزة .

التمرين الثالث : (04 نقاط)



$$\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \end{cases}$$

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي :

① أمثل على محور الفواصل الحدود $u_0; u_1; u_2; u_3$

ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n > 3$.

ج) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ماذا تستنتج حول تقاربها ؟ .

② نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ : $v_n = 2^n \times 3^{1-n}$.

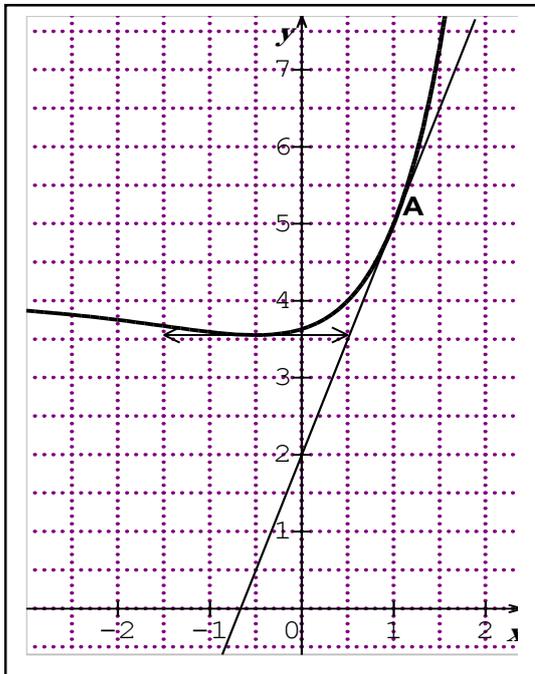
أ) برهن ان المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول .

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 3$ ، استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

③ ليكن المجموع : $S_n = \frac{u_0}{v_0} + \frac{u_1}{v_1} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$. بين أن : $S_n = 2\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1} + n - 1$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

f دالة معرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = (ax + b)e^{x-1} + c$ و (C_f) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل حيث (C_f) يقبل مماس (T) عند النقطة $A(1;5)$ ويشمل النقطة $B(0;2)$ ويقبل مماس آخر يوازي محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{1}{2}$.



جزء A : ① حدد قيم $f(1)$; $f'(-\frac{1}{2})$; $f'(1)$ ثم أكتب معادلة (T)

② أحسب $f'(x)$ ثم عين الأعداد الحقيقية $a; b; c$

جزء B : نعتبر فيما يلي الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = (2x - 1)e^{x-1} + 4$

① أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

② أتحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان $f(x) = \frac{2}{e}xe^x - \frac{1}{e}e^x + 4$

ب- استنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

③ أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f

④ استنتج إشارة f على \mathbb{R} ثم بين أن المعادلة $f(x) = 6$ تقبل

حلا وحيدا α ينتمي للمجال $[1; 2]$

⑤ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $2x - 1 = \frac{m - 4}{e^{x-1}}$

⑥ أ - عين العددين الحقيقيين β و λ بحيث تكون $x \mapsto (\beta x + \lambda)e^{x-1}$ دالة أصلية للدالة $x \mapsto (2x - 1)e^{x-1}$ على \mathbb{R}

ب - أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها : $x = 0$ ، $x = -2$ ، $y = 4$