ثانوية عمر كلالشة خميس الخشنة		**2017\02\26**
	امتحان الفصل الثاني في مادة الرياضيات	
الشعبة : 3 تسيير و اقتصاد		**المدة 2ساعة**

التمرين الاول : ....

نعتبر التكاملين التاليين : $A=\int_1^2 \frac{2x+1}{(1+x)^2}dx$ **و** $B=\int_1^2 \frac{x^2}{(1+x)^2}dx$.

1. بين انه من اجل كل عدد حقيقي موجب $\frac{2x+1}{(1+x)^2}=\frac{2}{1+x}-\frac{1}{(1+x)^2}$
2. استنتج قيمة التكامل A .
3. بين ان $A+B=1$, ثم استنتج قيمة B .

التمرين الثاني : ....

g **دالة معرفة على** $]-2;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{x^2-x-2}{x+2}$ **و** (C_g) تمثيلها البياني في المستوي **المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس** $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بين انه من اجل كل x **من** $]-2;+\infty[$: $g(x)=x-3+\frac{4}{x+2}$.
2. **احسب احسب كل من** $\lim_{x\to+\infty} g(x)$, $\lim_{x\xrightarrow{>}-2} g(x)$.
3. بين ان المنحنى (C_g) **يقبل** (T) مستقيم مقارب مائل معادلته $y=x-3$ **عند** $+\infty$.
4. **ادرس الوضع النسبي للمنحنى** (C_g) و المستقيم (T) .

التمرين الثالث : ....

f **دالة معرفة على** $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\ln(x+1)+\frac{2x}{x+1}$, (C) تمثيلها البياني في المستوي منسوب **الى معلم متعامد و متجانس** $(O;\vec{i},\vec{j})$. **الوحدة** $1cm$.

1) **احسب كل من** $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$.
2) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x **من** $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{x+3}{(x+1)^2}$.
3) عين اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .
4) **احسب** $f(0)$ **ثم ارسم** (C) .
5) **نعتبر في** $]-1;+\infty[$ **الدالة** h **المعرفة بـ** : $h(x)=f(x)-x$.

أ. **احسب** $h'(x)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة h .

ب. شكل جدول تغيرات الدالة h . (**نقبل ان** $\lim_{x\to+\infty} h(x)=-\infty$)

ج. بين ان المعادلة $h(x)=0$ **تقبل في** $]-1;+\infty[$ حلين احدهما 0 **والحل الثاني** α حيث $3\succ\alpha\succ2$.

د. استنتج حسب قيم x **من** $]-1;+\infty[$ **جدول إشارة** $h(x)$.

6) (Δ) مستقيم معادلته $y=x$ ، **لستنتج الوضع النسبي للمنحنى** (C) و المستقيم (Δ) .
7) **لتكن** F **دالة معرفة على**$]-1;+\infty[$ ب: $F(x)=(x-1)\ln(x+1)+x+1$.

أ. بين ان الدالة F **دالة** أصلية **للدالة** f **على المجال** $]-1;+\infty[$.

ب. **احسب بـ** cm^2 مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيم (Δ) .و المستقيمين ذي المعادلة $x=0$ **و** $x=2$ على الترتيب .

انتهى..

تصحيح اختبار الفصل الثاني

التمرين الاول : ....

نعتبر التكاملين التاليين : $A=\int_1^2 \frac{2x+1}{(1+x)^2}dx$ و $B=\int_1^2 \frac{x^2}{(1+x)^2}dx$.

1. x عدد حقيقي موجب لدينا : $\frac{2x+1}{(1+x)^2}=\frac{2x+2-1}{(1+x)^2}=\frac{2(x+1)-1}{(1+x)^2}=\frac{2}{1+x}-\frac{1}{(1+x)^2}$

2. لدينا : $A=\int_1^2 \frac{2x+1}{(1+x)^2}dx=\int_1^2\left(\frac{2}{1+x}-\frac{1}{(1+x)^2}\right)dx=2\int_1^2\frac{1}{1+x}dx+\int_1^2\frac{-1}{(1+x)^2}dx=[\ln x]_1^2+\left[\frac{1}{x+1}\right]_1^2=2\ln 2+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=2\ln 2-\frac{1}{6}$

3. لدينا $A+B=\int_1^2\frac{x^2+2x+1}{(x+1)^2}dx=\int_1^2\frac{(x+1)^2}{(x+1)^2}dx=\int_1^2 1dx=[x]_1^2=2-1=1$, ومنه $B=1-\left(2\ln 2-\frac{1}{6}\right)=\frac{7}{6}-2\ln 2$

التمرين الثاني : ....

g **دالة معرفة على** $]-2;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{x^2-x-2}{x+2}$ **و** (C_g) تمثيلها البياني في المستوي **المستوي**م مم م $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. ليكن x **من** $]-2;+\infty[$لدينا : $g(x)=\frac{x^2-x-2}{x+2}=\frac{x^2-3x+2x-6+4}{x+2}=\frac{(x-3)(x+2)+4}{x+2}=x-3+\frac{4}{x+2}$

2. لدينا : $\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2}{x}\right)=\lim_{x\to+\infty}x=+\infty$, $\lim_{x\xrightarrow{>}2}g(x)=\lim_{x\xrightarrow{>}2}\left(x-3+\frac{4}{x-2}\right)=+\infty$.

3. لدينا $g(x)-(x-3)=\frac{4}{x-2}$ ومنه $\lim_{x\to+\infty}(g(x)-(x-3))=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{4}{x-2}\right)=0$ ومنه **المنحنى** (C_g) يقبل (T) مستقيم **مقارب مائل** معادلته $y=x-3$ **عند** $+\infty$.

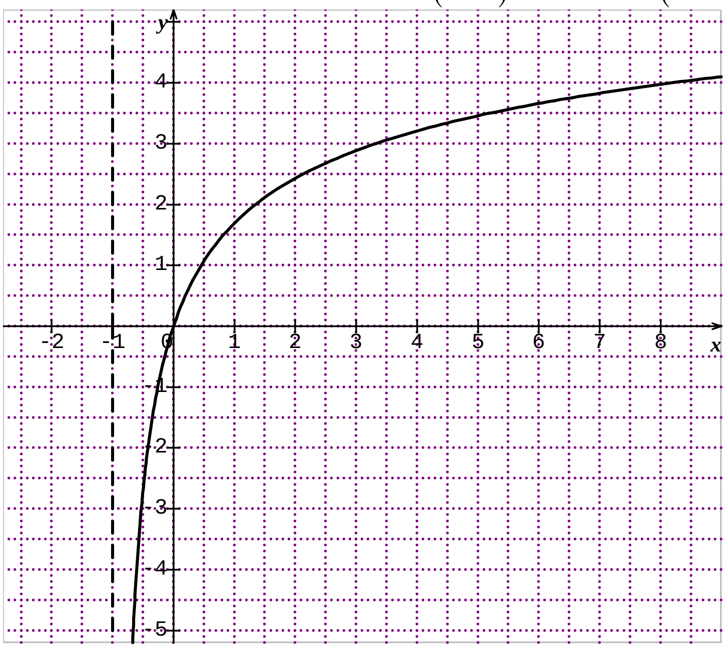
4. لدينا اشارة $g(x)-(x-3)$ **من اشارة** $\frac{4}{x-2}$ **على المجال** $]-2;+\infty[$ **و بما ان** $x-2\succ 0$ **فان المنحنى** (C_g)يقع **فوق** المستقيم(T) **على المجال** $]-2;+\infty[$.

التمرين الثالث : ....

f **دالة معرفة على** $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\ln(x+1)+\frac{2x}{x+1}$, (C) تمثيلها البياني في المستوي منسوب الى معلم متعامد و **متجانس** $(O;\vec{i},\vec{j})$. **الوحدة** $1cm$.

1. لدينا $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ **لان** $\left(\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x}{x+1}\right)=2,\ \lim_{x\to+\infty}(\ln(x+1))=+\infty\right)$, $\lim_{x\xrightarrow{>}-1}f(x)=-\infty$ **لان** $\left(\lim_{x\xrightarrow{>}-1}\left(\frac{2x}{x+1}\right)=-\infty,\ \lim_{x\xrightarrow{>}-1}(\ln(x+1))=-\infty\right)$.

2. ليكن x **من** $]-1;+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\frac{1}{x+1}+\frac{2(x+1)-2x}{(x+1)^2}=\frac{(1+x)+2x+2-2x}{(x+1)^2}=\frac{x+3}{(x+1)^2}$.



3. **من اجل كل** x **من** $]-1;+\infty[$ لدينا $\frac{x+3}{(x+1)^2}\succ 0$

ومنه **الدالة** f متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$

جدول تغيراتها .

x	-1 $\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

4. $f(0)=0$ **رسم** (C) .

5. نعتبر في $]-1;+\infty[$ الدالة h المعرفة بـ : $h(x)=f(x)-x$.

أ. لدينا $h'(x)=f'(x)-1$ ومنه $h'(x)=\dfrac{x+3}{(x+1)^2}-1=\dfrac{x+3-\left(x^2+2x+1\right)}{(x+1)^2}=\dfrac{-x^2-x+2}{(x+1)^2}$

ومنه $h'(x)=0$ معناه $-x^2-x+2=0$ ومنه $\Delta=9$ لدينا $x_1=1;\quad x_2=-2$ (مرفوض) ومنه $x=1$

ومنه الدالة h متزايدة تماما على $]-1;1]$ و متناقصة تماما على $[1;+\infty[$

x	-1	1	$+\infty$
$h'(x)$	$+$	0	$-$

ب. جدول تغيراتها كما يلي

لدينا $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} h(x)=\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)=-\infty$

و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=-\infty$

x	-1	1	$+\infty$
$h'(x)$	$+$	0	$-$
$h(x)$	$-\infty$ $\nearrow$	$\ln 2+1$	$\searrow$ $-\infty$

ج . لدينا $h(0)=0$ ومنه 0 حل للمعادلة $h(x)=0$ و بما ان $h(2)\approx 0.43$ و $h(3)\approx -0.11$ و بما ان الدالة hمستمرة و متناقصة تماما على $[2;3]$ فان المعادلة $h(x)=0$ تقبل في $[2;+\infty[$ حل وحيد $\sim$ حيث $2\prec\sim\prec 3$.

د. جدول إشارة $h(x)$.

x	-1	0		$\sim$	$+\infty$
$h(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

6) (Δ) مستقيم معادلته $y=x$ ، لستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ) .

x	-1	0		$\sim$	$+\infty$
$f(x)-x$	$-$	0	$+$	0	$-$

اذا كان $x=0$ او $x=\sim$ فان (C) و (Δ) متقاطعان

اذا كان $x\in]0;\sim[$ فان (C) يقع فوق (Δ).

اذا كان $x\in]-1;0[\cup]\sim;+\infty[$ فان(C) يقع تحت (Δ) .

7) لتكن F دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $\mathrm{F}(x)=(x-1)\ln(x+1)+x+1$.

أ) F دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$

لان $\mathrm{F}'(x)=\ln(x+1)+(x-1)\dfrac{1}{x+1}+1=\ln(x+1)+\dfrac{x-1+x+1}{x+1}=\ln(x+1)+\dfrac{2x}{x+1}=f(x)$.

ب) مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيم (Δ) .و المستقيمين ذي المعادلة $x=0$ و $x=2$ هي

$$\mathrm{A}=\int_0^2\left(f(x)-x\right)dx=\left[F(x)-\frac{1}{2}x^2\right]_0^2=F(2)-\frac{1}{2}(2)^2-F(0)=\ln 3+3-2-1=\ln 3cm^2$$

....