اختبار الثلاثي الأول * 2017/2016 *

الشعبة : علوم تجريبية — المدة: ساعتان

امتحان مادة الرياضيات

اختر تمرينين من بين التمرينات الثلاثة

التمرين الأول: (10 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-2,2\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{|x+1|-1}{x^2-4}$ ، C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم م م $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- تحقق أن عبارة الدالة f في المجال $]-\infty,-2[\cup]-2,-1]$ هي : $f(x)=\dfrac{-1}{x-2}$

- استنتج عبارة الدالة f في المجال $[-1,2[\cup]2,+\infty[$.

2- احسب النهايات على أطراف مجالات التعريف ، ثم فسر النتائج هندسيا.

3- ادرس قابلية الاستمرار عند -1.

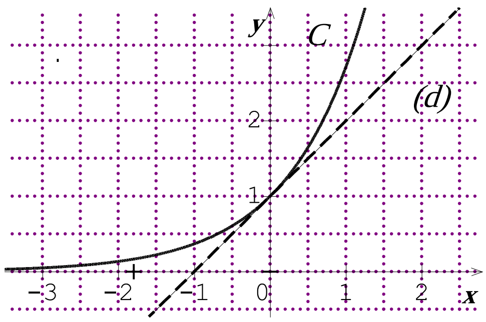
4- أثبت أن C_f يقبل نصفي مماسين عند النقطة فاصلتها -1 ، اكتب معادلتيهما.

5- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

6- أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $|x+1|-1=0$ ، فسر النتيجة هندسيا.

ب) أنشئ C_f.

التمرين الثاني: (10 نقاط)



I - الشكل المقابل يمثل C منحنى الدالة exp و المماس (Δ) في النقطة فاصلتها $a=0$ في معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- حدد بيانيا الوضع النسبي لـ : C و (Δ).

2- h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=e^x-1-x$

- استنتج من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ إشارة $h(x)$.

II - f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\begin{cases}\dfrac{xe^x}{e^x-1} & , x\neq 0\\ f(0)=1\end{cases}$ ، C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1- احسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

2- أ) احسب f' ، ثم بين من أجل كل $x\in D$ أن : $f'(x)=\dfrac{e^x h(x)}{(e^x-1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- بين أن C_f يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ ، عين معادلة له ، ثم ادرس الوضعية النسبية لـ : C_f و (Δ).

4- أنشئ C_f و (Δ).

5- x عدد حقيقي غير معدوم ، نعتبر النقطتين $M(x,f(x))$ و $M'(-x,f(-x))$ من المنحنى C_f.

أ) بين أن : $f(-x)=\dfrac{x}{e^x-1}$ ، ثم احسب ميل المستقيم (MM').

ب) نقبل أن الدالة قابلة للاشتقاق عند 0 ، ماذا يمكن أن نستنتج من نتيجة السؤال السابق ؟.

التمرين الثالث : (10 نقاط)

I - f دالة معرفة على $D=]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$ بـ : $f(x)=x+1+2\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$

C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(0,\vec{i},\vec{j})$.

1- أثبت أن النقطة $A\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ مركز تناظر لـ : C_f.

2- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}f(x)$ ، ثم استنتج نهايتي f عند $-\infty$ و 0.

3- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4- أ) تحقق أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)=0$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى C_f.

ب) حدد الوضع النسبي لـ : C_f و المستقيم (Δ) معادلته : $y=x+1$.

5- ارسم C_f و (Δ) .

II - g دالة معرفة على D بـ : $g(x)=|x+1|+2\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ ، C_g تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(0,\vec{i},\vec{j})$

.

1- بين أن : $g(x)=\begin{cases} f(x) & , \ x\in]-1,0[\cup]1,+\infty[\\ h(x) & , \ x\in]-\infty,-1[\end{cases}$ ، حيث h دالة يطلب تعيين عبارتها.

2- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty,-1[$.

3- بين أن المستقيم معادلته : $y=-x-1$ مقارب مائل لـ : C_g عند $-\infty$.

4- ارسم C_g و المستقيمات المقاربة.