

**تمرين 01 :**

أحسب النهايات التالية :

$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x^2 - x + 1}{x - 2} \right)$ (3)	$\lim_{x \rightarrow 0} (-x^2 + 2x + 3)$ (2)	$\lim_{x \rightarrow 2} (2x + 3)$ (1)
$\lim_{x \rightarrow \pi} x \cos(x - \pi)$ (6)	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (2x + 1) \sin x$ (5)	$\lim_{x \rightarrow 4} (x + 2) \sqrt{x}$ (4)

**تمرين 02 :**

أحسب النهايات التالية :

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - x}{\sqrt{x + 1} - 2}$ (3)	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 5x + 6}$ (2)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ (1)
$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ x  + 2x}{x^2 -  x }$ (6)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x + 3} - 2}{\sqrt{x} - 1}$ (5)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x}$ (4)
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} (1 + \sqrt{x})$ (9)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sqrt{\frac{x + 2}{x^2 - 3}}$ (8)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x}{x + 1} - x$ (7)
$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + 2} - \sqrt{x})$ (12)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 3x}{(x + 2)^2}$ (11)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 3}}{x + 2}$ (10)
$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x^2 + 1)$ (15)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\sqrt{1 + x^2}}$ (14)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \sqrt{x}}{1 + x^2}$ (13)

**تمرين 03 :**

نعبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{2\}$  بـ :  $f(x) = \frac{-x^2 + 3x}{x - 2}$

نسمي  $(C_f)$  المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند حدود مجموعة التعريف.

(2) عين الأعداد الحقيقية  $a, b, c$  بحيث يكون من أجل  $x \in \mathbb{R} - \{2\}$  :  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$ .

(3) بين أن المنحني  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل  $(\Delta)$  يطلب تعيينهما.

(4) أدرس الوضع النسبي للمنحني  $(C_f)$  بالنسبة الى المستقيم ذي المعادلة  $y = -x + 1$ .

**تمرين 04 :**

نعبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 4}{x^2 + 1}$

نسمي  $(C_f)$  المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف.

(2) عين الأعداد الحقيقية  $a, b, c, d$  بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{x^2 + 1}$ .

(3) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = x + 1$  مقارب مائل للمنحني  $(C_f)$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ .

(4) أدرس الوضع النسبي للمنحني  $(C_f)$  بالنسبة الى  $(\Delta)$ .

**تمرين 05**

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  بـ :  $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 8x - 4}{(x-1)^2}$

نسمي  $(C_f)$  المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف .

(2) عين الأعداد الحقيقية  $a, b, c$  و  $d$  بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي  $x \neq 1$  ،  $f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{(x-1)^2}$

(3) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = x - 2$  مقارب مائل للمنحني  $(C_f)$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ .

(4) أدرس الوضع النسبي للمنحني  $(C_f)$  بالنسبة الى  $(\Delta)$ .

**تمرين 06**

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]-5; +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = \frac{x-3}{x+5}$

(1) أحسب النهايتين التاليتين :  $\lim_{x \rightarrow -5} f[f(x)]$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f[f(x)]$

(2) عين عبارة  $f[f(x)]$  ثم أحسب النهايتين السابقتين .

**تمرين 07**

(1) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = x^2 - x$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) نضع :  $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$

(أ) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف .

(ب) عين عبارة الدالة  $g$  ثم أحسب النهايات السابقة .

**تمرين 08**

(2) باستعمال نهاية مركب دالتين احسب ما يلي :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{9x^2 - x + 3} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x}{x^2 - 1}} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x-1}{2x-4}} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{-x+1}{x^2+1}} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{\frac{x+3}{x-5}} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{1}{x}\right) \quad (9)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{\pi x + 1}{2x}\right) \quad (8)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{\pi x + 1}{x + 2}\right) \quad (7)$$

**تمرين 09**

(I) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة من أجل كل عدد حقيقي  $x > 1$  بـ :  $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x+1}}$

(1) بين أنه إذا كان  $x > 1$  فإن :  $\frac{1}{\sqrt{x+1}} > \frac{1}{\sqrt{2x}}$

(2) استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(II) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $-2 \leq \cos x + \sin x \leq 2$

(ب) ثم استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x + \sin x}{x^2}$

✿ من أجل التحضير ☹️ الجيد ☺️ للبكالوريا 2017 ✿

(III) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة كما يلي:  $f(x) = \frac{x(1+\sin x)}{x-\sqrt{x^2+1}}$

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $\frac{1}{x-\sqrt{x^2+1}} < -2x$

(2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما  $x$  :  $f(x) \leq -4x^2$  ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

📌 **تمرين 10 :**

(1) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا ،  $1 \leq 2 - \cos x \leq 3$  و  $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{2 - \cos x} \leq 1$

(2) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = \frac{x}{2 - \cos x}$

أ) أدرس نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$ .

ب) أدرس نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$ .

(3)  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ :  $g(x) = \frac{2 - \cos x}{x}$

أ) أدرس نهاية الدالة  $g$  عند 0 من اليسار .

ب) أدرس نهاية الدالة  $g$  عند 0 من اليمين .

📌 **11 :**

✍️  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $[1; +\infty[$  بـ :  $f(x) = (x-1)^2 + 2$

(1) أدرس نهاية الدالة  $f$  عند القيمة 2 .

(2) في أي مجال يمكن اختيار  $x$  بحيث يكون :

أ)  $f(x) \in [2.9; 3.1]$

ب)  $f(x) \in [2.99; 3.01]$

(3)  $r$  عدد حقيقي حيث  $0 < r < 1$ .

أ) في أي مجال يمكن اختيار  $x$  بحيث يكون :  $f(x) \in [3-r; 3+r]$

ب) يمكن اختيار العدد الحقيقي  $r$  أصغر ما يمكن قدر ما نريد ، ماذا نستنتج ؟

✿ بالتوفيق ☺️ والنجاح ☺️ BAC2017 ✿

