ثانوية المجاهد صادق عمر – حاسي بحبح | السنة الدراسية: 2018/ 2017

المستوى: نهائي علوم تجريبية | المدة: ســـــــــــاعتين

امتحان الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} + e^2 \\ eu_{n+1} - u_n = \frac{e-1}{2} \end{cases}$.

1/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n \geq \frac{1}{2}$.

2/ ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة.

لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: $v_n = \ln\left(u_n - \frac{1}{2}\right)$.

3/ بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

4/ أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

5/ أحسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$

6/ أحسب المجموع T_n بدلالة n حيث: $T_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

التمرين الثاني:

$P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث : $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

-1 أ) احسب $P(-1)$ ، ثم عين العددين الحقيقيين a و b حتى يكون : $P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$.

-2 في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$ نعتبر النقط A ، B ، C و G لواحقها على الترتيب

$z_A = -1$ ، $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ ، $z_C = 2 - i\sqrt{3}$ و $z_G = 3$

- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيًا سالبا.

-3 أ) أكتب العدد L حيث: $L = \frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$ على الشكل الجبري ثم الأسي .

ب) فسّر هندسيا طويلة وعمدة العدد المركب L ، ثم استنتج طبيعة المثلث ACG .

ج) جد مركز و نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACG.

د) استنتج أنه يوجد تحويل نقطي مركزه C ويحول G إلى A ، يطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة.

-4 أ) بين أن النقطة G مرجح الجملة $\{(A,-1),(B,2),(C,2)\}$.

ب) عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\left\|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|4\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right\|$

ج) عين (E) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي التي تحقق: $z - z_B = 2\sqrt{3}e^{i\theta}; \theta \in \mathbb{R}$ ، ثم بيّن أن $C \in (E)$.

التمرين الثالث: صندوق U_1 يحوي 4 كرات سوداء و3 حمراء،وصندوق U_2 يحوي كرة واحدة سوداء و2 حمراء، الكرات متماثلة.

نختار عشوائيا أحد الصندوقين ونسحب منه كرة. (الصندوقين متماثلين)

1/ مثّل هذه الوضعية بمخطط.

2/ أحسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء.

3/ علماً أن الكرة المسحوبة حمراء، ما احتمال أن تكون من الصندوق U_2.

4/ نسحب الآن كرة واحدة من الصندوق U_2 وكرتين من الصندوق U_1 ونعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكرات السوداء المسحوبة.

- عرّف قانون احتمال X ، ثم احسب $E\left(X\right)$.

التمرين الرابع: لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g\left(x\right)=\dfrac{\left(x-1\right)e^{2x}+x}{1+e^{2x}}$ ، $\left(C_g\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ أ) عيّن الأعداد الحقيقية a،b،c حيث من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ لدينا: $g(x)=ax+b+\dfrac{c}{1+e^{2x}}$.

ب) عيّن نهايتي الدالة g عند حدود مجموعة التعريف.

2/ أ) بيّن أنّ $\left(C_g\right)$ يقبل مستقيمين مقاربين مائلين $\left(\Delta\right)$ ، $\left(\Delta'\right)$ معادلتيها على الترتيب $y=x$ ، $y=x-1$.

ب) ادرس الوضع النسبي لـ$\left(C_g\right)$ و$\left(\Delta\right)$ ، ثم $\left(C_g\right)$ و $\left(\Delta'\right)$.

3/ ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها .

4/ أ) بيّن أن المعادلة $g\left(x\right)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in\left]0.8;0.9\right[$.

ب) استنتج إشارة $g\left(x\right)$ على $\mathbb{R}$.

5/ أ) بيّن أن النقطة $A\left(0;\dfrac{-1}{2}\right)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى $\left(C_g\right)$.

ب) اكتب معادلة المماس $\left(T\right)$ لـلمنحنى $\left(C_g\right)$ عند النقطة A.

6/ ارسم $\left(C_g\right)$ والمستقيمين $\left(\Delta\right)$ ، $\left(\Delta'\right)$.

7/ ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $g\left(x\right)=x+m$.