معهد الحياة
القرارة - غرداية

اختبار الفصل الثاني — **السنة الدراسية : 1439/1438 هـ// 2018/2017 م**

الشعبة: علوم تجريبية. — الاثنين 10 جمادى الثانية 1439 هـ /26 فيفري 2018 م

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : ثلاث ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول(04 نقاط) :

لكل سؤال من بين الأسئلة التالية جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة المقترحة ، حدده مع التبرير.

1- حلول المعادلة: $2Z + \bar{Z} = 9 + i$ ، في $\mathbb{C}$ هي:

أ) $\boldsymbol{Z = i}$; ب) $\boldsymbol{Z = 3 + i}$; ج) $\boldsymbol{Z = 3}$.

2- n عدد طبيعي ، قيمة العدد $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{4n}$ هي:

أ) $\boldsymbol{i}$; ب) $\boldsymbol{1}$; ج) $\boldsymbol{-i}$.

3- C , B , A ثلاث نقط من المستوي المركب ، لواحقها على الترتيب:

$$Z_C = -1 + 4i \quad ; \quad Z_B = 3 + 2i \quad ; \quad Z_A = 2 - i$$

أ/ لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع هي:

أ) $\boldsymbol{Z_D = -2 - i}$; ب) $\boldsymbol{Z_D = 2 + i}$; ج) $\boldsymbol{Z_D = -2 + i}$.

ب/ مجموعة النقط ذات اللاحقة Z حيث: $|Z - 3 - 2i| = |-Z + 2 - i|$ هي:

أ) مجموعة خالية ; ب) محور القطعة المستقيمة $[AB]$; ج) دائرة مركزها B و نصف قطرها AB

التمرين الثاني(04,5 نقاط):

يحتوي صندوق على 7 كرات حمراء مرقمة بـ: $0;1;2;3;4;5;6$ و ثلاث كرات خضراء مرقمة بـ $-2 ; -3 ; -4$ لا نفرق بينها عند اللمس.

1- نسحب من هذا الصندوق 3 كرات في آن واحد ، أحسب احتمال الحوادث التالية:

أ/ A " الحصول غلى ثلاث كرات من نفس اللون".

ب/ B " الحصول على ثلاث كرات جداء أرقامها معدوما".

ج/ C " الحصول على ثلاث كرات جداء أرقامها عدد سالب تماما".

2- نعتبر حجر نرد سداسي الوجوه متجانس ، وجهان يحملان الحرف $\propto$ و أربع أوجه يحملون الحرف β ، نقوم بالتجربة التالية:

نرمي هذا الحجر إذا ظهر الحرف $\propto$ نسحب من الصندوق كرتين على التوالي دون ارجاع ، و إذا ظهر الحرف β

نسحب من الصندوق كرتين على التوالي مع الارجاع ، نعتبر الحادثتين:

D " ظهور الحرف $\propto$" ، E " الكرتان المسحوبتان تحملان نفس اللون"

أ/ أحسب الاحتمالين $P_D(E)$ ، $P_{\bar{D}}(E)$.

ب/ شكل شجرة الاحتمالات المناسبة.

ج/أحسب كل من الاحتمالين التاليين: $P(E)$ ، $P_E(\bar{D})$.

التمرين الثالث(04,5 نقاط):

متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_1 = e^2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n}{e}}$.

1- أحسب كل من u_2 و u_3.

2- أ/ أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_n > \frac{1}{e}$.

ب/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$.

ج/ تحقق أن (u_n) متناقصة ، ثم استنتج أنها متقاربة.

II) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ: $w_n = \frac{1+lnu_n}{2}$.

1- بين أن (w_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

2- أ/ عبر عن w_n بدلالة n ثم استنتج أن: $u_n = e^{6\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$.

ب/ أحسب نهاية (u_n).

التمرين الرابع (07 نقاط) :

I) h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = 1 - x + e^{x-2}$

1- أدرس اتجاه تغير الدالة h.

2- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $h(x) \geq 0$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 - x - xe^{2-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$

1- أ/ احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

ب/ ثم بين أن: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

جـ/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = 1 - x$ مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$ ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

2- أ/ بين انه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -e^{2-x}\, h(x)$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

جـ/ استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها.

د/ أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1.

3- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,1 < \alpha < 0,2$

4- أحسب $f(0)$ ثم أرسم (T) ، (Δ) و (C_f) .

5 - ناقش بيانيا ، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عـدد و إشارة حلول المعادلة : $\frac{x}{e^{x-2}} = 1 - m$

الموضوع الثاني

التمرين الأول(04,5 نقاط) :

المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ (الوحدة : $2cm$)

نرمز بـ J للنقطة ذات اللاحقة i .

1. نعتبر النقط A ، B ، C و H لواحقها على الترتيب: $a=-3-i$ ، $b=-2+4i$ ، $c=3-i$ و $h=-2$
علم هذه النقط على الرسم.
2. بين أن النقطة J مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.
3. اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{b-c}{h-a}$ ثم استنتج أن المستقيمين (AH) و (BC) متعامدان.
4. نرمز بـ G إلى مركز ثقل المثلث ABC ، عين g لاحقة النقطة G ثم علم النقطة G على الرسم.
5. بيّن أن النقط J ، H و G في استقامية وتحقّق من ذلك على الرسم.
6. نرمز بـ A' إلى منتصف القطعة $[BC]$ وبـK إلى منتصف القطعة $[AH]$ النقطة A' لاحقتها: $a'=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$

أ / عين k' لاحقة النقطة K.

ب/ بيّن أن الرباعي $KHA'J$ متوازي أضلاع.

التمرين الثاني (04,5 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;6[$ بـ : $f(x)=\frac{9}{6-x}$

نعرف من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية العددية (u_n) حيث: $\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$

أ/ التمثيل البياني للدالة f معطى في الوثيقة المرفقة مرفق بالتمثيل البياني للمستقيم ذي المعادلة $y=x$ أنشئ في نفس الوثيقة ودون حساب الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3

ب/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

-2 أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n<3$

ب/ حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n).

ج/ استنتج أن (u_n) متقاربة.

1. **-3** نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بـ : $v_n=\frac{1}{u_n-3}$ من أجل كل عدد طبيعي n .

أ / أثبت أن المتتالية (v_n)متتالية حسابية أساسها $-\frac{1}{3}$.

ب / أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n .

ج / أحسب نهاية المتتالية (u_n).

التمرين الثالث (04 نقاط):

في إحدى الدراسات الخاصّة بالطلبة الجامعيين في بلد معيّن وجدنا 30% يملكون كمبيوتر خاص من بينهم 18% يملكون سيّارة ، و25% من الطلبة لا يملكون سيّارات . نختار عشوائيا طالب ونسمّي الحوادث:

A الحادثة " الطالب يملك سيّارة".

B الحادثة " الطالب يملك كمبيوتر".

1. استعمل شجرة الاحتمالات واحسب: $P\left(\overline{A}\right)$ و $P_B\left(A\right)$.
2. احسب احتمال الحوادث التالية:

أ / الطالب يملك كمبوتر وسيارة.

ب / الطالب يملك كميوتر ولا يملك سيّارة.

ج / الطالب لا يملك كمبيوتر ولا يملك سيارة.

د / الطالب يملك كمبيوتر علما أنّه يملك سيّارة.

3. نختار ثلاثة طلبة.

أ / ما احتمال أن يكون الطلبة الثلاثة يملكون كمبيوتر؟

ب / ما احتمال أن يكون طالب على الأقلّ يملك جهاز كمبيوتر؟

التمرين الرابع (07 نقاط):

I الدالة g معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $g(x)=(x+1)^2-2+\ln(x+1)$.

-1 أدرس اتجاه تغير الدالة g.

-2 بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0{,}31<\alpha<0{,}32$.

-3 استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(II الدالة f معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=(x+1)^2+(2-\ln(x+1))^2$.

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\,;\,\vec{i},\vec{j})$.

-1 أحسب نهايتي f عند 1- بقيم أكبر و $+\infty$.

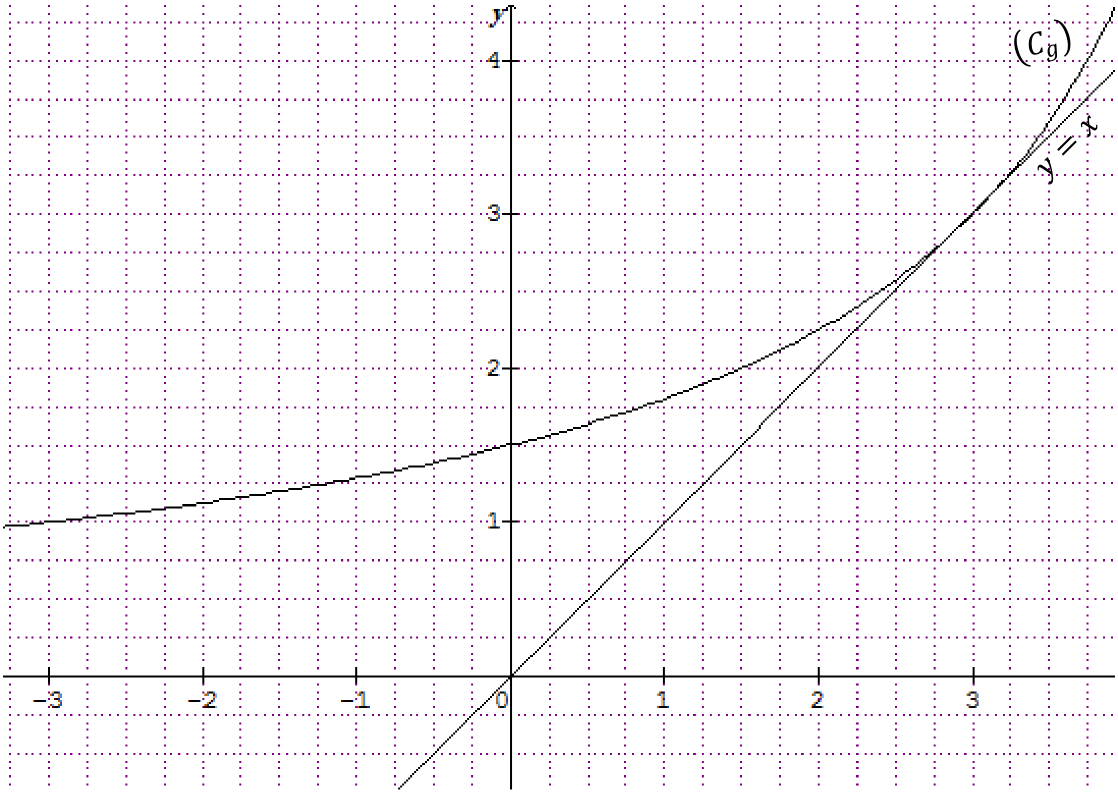
-2 أ/ بين أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{2g(x)}{x+1}$.

ب/استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

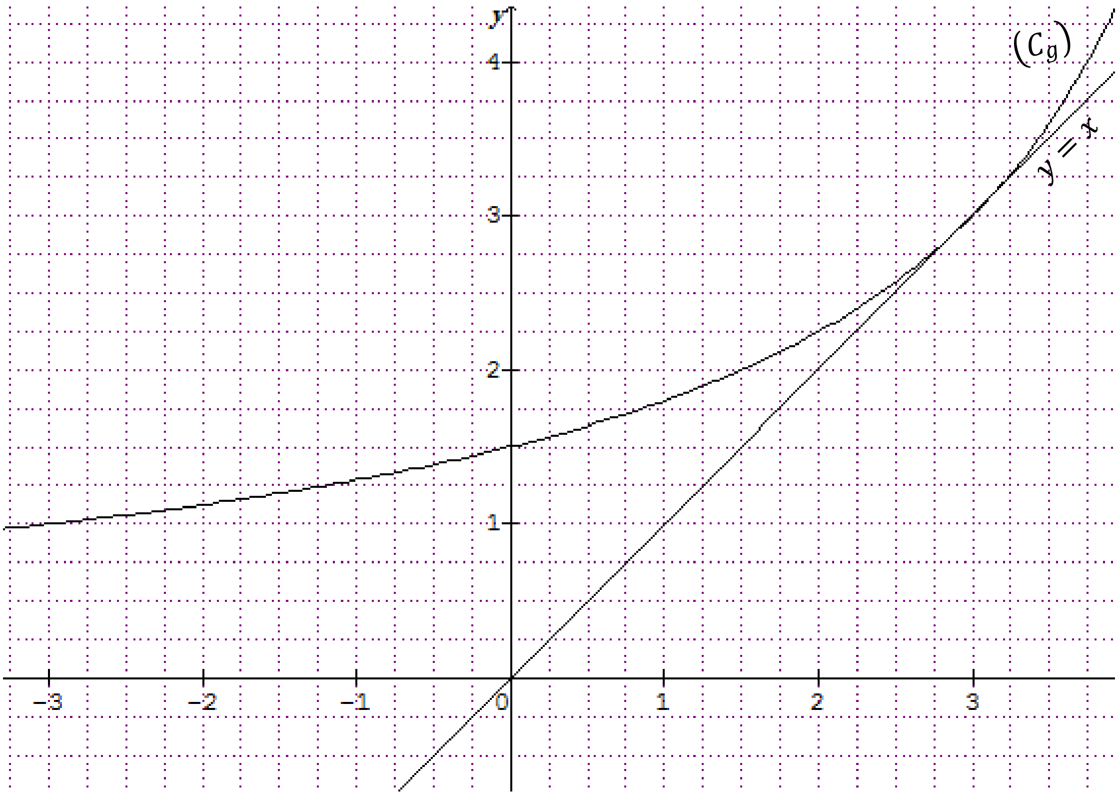
-3 بين أن: $f(\alpha)=(\alpha+1)^2(1+(\alpha+1)^2)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\propto)$.

-4 أحسب $f(2)$ ، $f(0)$ ، ثم أنشئ (C).

-5 أوجد قيم العدد الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $f(x)=|m|$ حلين مختلفين في الاشارة.



الوثيقة المرفقة



الوثيقة المرفقة