

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المستوى : 3 تقني رياضي

المدة : 4 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

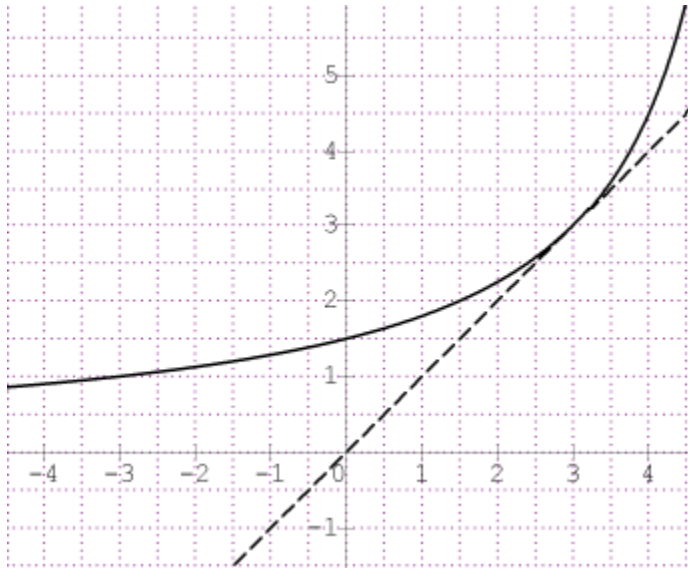
الموضوع الأول

التمرين الأول : 04 ن

- (1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 10.
- (2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $33^{16n+2} - 2 \times 109^{8n+1} - 11 \equiv 0 [10]$
- (3) عين الأعداد الطبيعية n حيث : $7 \times 3^{n+1} - 1 \equiv 0 [10]$ و $10 < n \leq 25$.
- (4) ليكن العدد A الذي يكتب على الشكل $xx02102^3$ في نظام التعداد ذي الأساس 3 ويكتب في نظام التعداد ذي الأساس 9 بالشكل $y67y^9$ (أ) أوجد x و y .
(ب) أكتب العدد A في النظام العشري.
(ج) أكتب العدد A في النظام ذي الأساس 7.

التمرين الثاني : 05 ن

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-\infty ; 6[$ بـ : $f(x) = \frac{9}{6-x}$.
- نعرف المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ : $U_0 = -3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$.
- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ ، يعطى المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x$ و (C_f) التمثيل البياني للدالة f كما هو مبين في الشكل المقابل.



- (1) (أ) أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود : U_0, U_1, U_2, U_3 دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل.
(ب) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وحول تقاربها.
- (2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n < 3$.
- (3) (أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n-3)^2}{6-U_n}$
(ب) استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n) .
(ج) استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة.
- (4) نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $V_n = \frac{1}{U_n-3}$
(أ) بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
(ب) عبر عن V_n بدلالة n .
(ج) استنتج عبارة U_n بدلالة n ثم احسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

التمرين الثالث : 04 ن

- لعبة تحتوي 32 ورقة : 8 زرقاء ، 8 حمراء ، 8 بيضاء ، 8 صفراء.
كل لون مرقم من 1 إلى 8. نسحب في آن واحد 5 أوراق من اللعبة.
(1) ما هو عدد طرق السحب الممكنة ؟

- (2) ما هو عدد طرق السحب للحصول على :
 أ - الألوان الأربعة.
 ب - ورقة حمراء تحمل الرقم 1.
 ج - بالضبط ورقة رقمها 1 وورقتان تحملان الرقم 2.
 د - 4 أوراق تحمل الرقم 3.
 هـ - على الأكثر ورقة تحمل الرقم 5.
 و - ورقة زرقاء تحمل رقما أكبر من 4 وورقتين تحملان الرقم 2 وورقتين تحملان الرقم 1.

التمرين الرابع : 07 ن

- ✓ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R بـ : $f(x) = (ax + bx^2)e^{-x+2} + 1$ ، حيث أن a و b عدنان حقيقيان. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (\vec{i}, \vec{j}) .
- ❖ أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث يقبل المنحنى (C_f) مماسا عند النقطة $A(1; 1)$ معامل توجيهه يساوي $-e$.
- ✓ نعتبر الآن أن عبارة الدالة f كما يلي : $f(x) = (x - x^2)e^{-x+2} + 1$.
- (1) عين نهاية الدالة f عند $-\infty$.
- (2) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (xe^{-x} - x^2e^{-x})e^2 + 1$.
 ب - استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$ ، وفسر النتيجة بيانيا.
- (3) أ - أوجد احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 1$.
 ب - ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
- (4) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (x^2 - 3x + 1)e^{-x+2}$.
 ب - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (5) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $\alpha \in]-0.2; -0.1[$.
- (6) أنشئ (Δ) و (C_f) بعناية.

- (I) 1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على 11.
 2) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 2000^{2015} على 11.
 3) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد : $9^{5n+2} + n - 2$ قابلا للقسمة على 11.
 (II) 1) عين : $PGCD(2012 ; 2515 ; 3521)$.
 2) عين الأعداد النسبية الصحيحة x التي تحقق : $7x \equiv 4[5]$.
 3) حل في $Z \times Z$ المعادلة : $3521x - 2515y = 2012 \dots \dots (*)$.
 4) عين الثنائيات $(x ; y)$ من $Z \times Z$ حلول المعادلة (*) بحيث : $|y - x| \leq 4$.

- (I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0 ; +\infty[$ بـ : $g(x) = x - x \ln x$.
 1) احسب نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها.
 2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0 ; +\infty[$: $g'(x) = -\ln x$.
 3) شكل جدول تغيرات الدالة g .
 (II) نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ : $U_n = \frac{e^n}{n^n}$ ، ولتكن (W_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ : $W_n = \ln(U_n)$.
 1) بين أن : $W_n = n - n \ln(n)$.
 2) باستعمال الدالة g ، حدد اتجاه تغير المتتالية (W_n) و استنتج أن (U_n) متناقصة تماما.
 3) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $0 < U_n \leq e$.
 4) بين أن المتتالية (U_n) متقاربة وحدد نهايتها.

- يحتوي صندوق على 7 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء ، حيث أن الكرات متماثلة ولا نميز بينها عند اللمس.
 1) احسب احتمال الحوادث التالية :
 A : " الحصول على كرتين بيضاوين "
 B : " الحصول على كرتين من نفس اللون "
 2) نعرف اللعبة التالية : تمنح لكل كرة بيضاء العلامة α حيث $(\alpha \in R^{*+})$ ولكل كرة سوداء العلامة $-\alpha$.
 ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لكرتين مجموع العلامات المحصل عليهما.
 أ) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .
 ب) احسب الأمل الرياضي $E(X)$. وفسر نتيجته المحصل عليها.
 3) نضيف للصندوق n كرة سوداء ونعيد عملية السحب المعرفة أعلاه.
 ماهو عدد الكرات السوداء التي تمت إضافتها إلى الصندوق علما أن احتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$.

الجزء الأول :

لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]-\infty ; 3[$ بـ : $g(x) = \frac{-x+1}{-x+3} + \ln(-x+3)$.

- (1) احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1.5 ; 1.7[$.
- (4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-\infty ; 3[$.

الجزء الثاني :

لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-\infty ; 3[$ بـ : $f(x) = (x-1)\ln(-x+3)$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{i}, \vec{j}; 0)$.

- 1- أ- احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.
ب- أوجد الدالة المشتقة للدالة f واستنتج اتجاه تغير الدالة f .
ج- شكل جدول تغيرات الدالة f .
- 2- بين أن $f(\alpha) = \frac{(\alpha-1)^2}{3-\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.
- 3- حل في المجال $]-\infty ; 3[$ المعادلة $f(x) = 0$ ثم فسر ذلك بيانيا.
- 4- احسب $f(-2)$ و $f(-3)$ ثم ارسم بدقة المنحنى (C_f) .

انتهى الموضوع الثاني