

التمرين الأول : نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بـ :
$$U_0 = 1$$

$$U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 1$$
 من أجل $n \in \mathbb{N}$

1 - احسب U_1, U_2, U_3 .

2 - * أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : U_n \geq -2$.

* جد اتجاه تغير (U_n) المتتالية . ماذا تستنتج ؟

3 - (V_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $V_n = U_n + 2$.

* بين أن المتتالية (V_n) هي متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

* عبر بدلالة عن الحد العام (V_n) ثم (U_n) .

* احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$.

4 - احسب بدلالة n المجموع $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$. ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$

التمرين الثاني : الجدول التالي يمثل تطور نسبة البطالة في بلد بين السنوات 1970 و 2005 .

السنة a_i	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005
$x_i = a_i - 1970$ رتبة السنة	0	5	10	15	20	25	30	35
y_i النسبة المئوية	1,3	1,5	1,5	1,3	1,4	2,2	2,5	2

(1) مثل بيانيا سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.

(1cm لكل 5 سنوات على محور الفواصل و 1cm لكل 0,5% على محور الترتيب)

(2) جد إحداثيتي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط ثم علمها.

(3)

(أ) بين أن المعادلة المختصرة لـ (D) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا

لهذه السلسلة هي : $y = 0,03x + 1,19$ ثم أرسمه .

(ب) ما هي نسبة البطالة المتوقعة في هذا البلد سنة 2009 ؟ .

(ج) ابتداء من أي سنة تصبح النسبة المتوقعة للبطالة أكبر من 3% ؟ .

التمرين الثالث : الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ كمايلي : $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$

يرمز (C_f) الى المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد والمتجانس $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$

(I) 1 عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$:

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$$

(2) احسب النهايات f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها

(3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور الترتيب يطلب تعيين معادلة له

(4) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

(5) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

(II) 1 بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ فان : $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$

(2) عين اتجاه الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها وشكل جدول تغيراتها .

(3) اكتب معادلة المماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة الفاصلة $x_0 = 0$

(III) 1 بين أن النقطة $A(-1, -2)$ هي مركز التناظر للمنحنى (C_f)

(2) ارسم كلا من (Δ) و (C_f) و (D)

(3) عين بيانيا الوسيط الحقيقي m حتى تكون للمعادلة $f(x) = m$ حلان مختلفان .