

على المترشح ان يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (5 ن)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $C$  المعادلة  $(z-2)[z^2 - 2(2+\sqrt{3})z + 8 + 4\sqrt{3}] = 0$

(2) نعتبر النقط  $A, B, C$  من المستوي المنسوب الى معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  لواقتها على الترتيب :

$$z_C = 2 + \sqrt{3} - i, \quad z_B = 2 + \sqrt{3} + i, \quad z_A = 2$$

(أ) اكتب على الشكل الآسي العدد  $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$  واستنتج طبيعة المثلث  $ABC$  ثم أنشئ النقط  $A, B, C$

(ب) برهن أن النقطة  $C$  هي صورة النقطة  $B$  بالدوران  $r$  الذي مركزه المبدأ  $O$  وزاويته  $\frac{-\pi}{6}$

(ج) استنتج عمدة للعدد  $z_B$  ثم عين القيم المضبوطة لكل من  $\cos \frac{\pi}{12}$  و  $\sin \frac{\pi}{12}$   $[(1+\sqrt{3})^2 = 4+2\sqrt{3}]$

(3) نقطة  $M$  من المستوي  $(M \neq O)$  لاحتقتها  $z = ke^{i\theta}$  حيث  $k > 0$  و  $\theta \in R$   
 $M_1$  صورة النقطة  $M$  بالدوران  $r$  و  $M'$  نظيرة  $M_1$  بالنسبة إلى حامل محور الفواصل

(أ) أثبت أن  $z'$  لائحة النقطة  $M'$  تساوي  $ke^{i(\frac{\pi}{6} - \theta)}$

(ب) \* عين قيم  $\theta$  التي تحقق  $z' = z$

\* استنتج مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللائحة  $z$  التي تكون من أجلها  $z' = z$

التمرين الثاني: (4 ن)

أ -  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $N$  كما يلي :  $u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$  و  $u_0 = 0$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n \geq n$

(2) استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما .

ب -  $(v_n)$  متتالية عددية معرفة على  $N$  كما يلي :  $v_n = u_n - n + 1$

(1) برهن أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية ثم اكتب  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $n$  .

(2) احسب قيمة المجموع :  $S_n = v_0^2 + v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_{n-1}^2$  بدلالة  $n$  .

(3) احسب قيمة المجموع :  $K_n = (u_0)^2 + (u_1 - 1)^2 + (u_2 - 2)^2 + \dots + (u_{n-1} - n + 1)^2$  بدلالة  $n$  .



### التمرين الثالث: (4 ن)

تتكون مجموعة أشخاص من ثمانية رجال وأربع نساء من بينهم رجل واحد اسمه علي وامرأة واحدة اسمها فاطمة نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاث أعضاء لهم نفس المهام

(1) احسب احتمال كل من الأحداث التالية

A "تكوين لجنة تضم 3 رجال"

B "تكوين لجنة تضم رجلا وامرأتين"

C "تكوين لجنة تضم علي"

D "تكوين لجنة تضم إما علي وإما فاطمة"

(2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل إختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة

(أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي  $X$  ثم عرف قانون احتماله

(ب) احسب الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي  $X$ .

### التمرين الرابع: (7 ن)

(أ)  $g$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = (2-x)e^x - 2$

(1) أدرس تغيرات الدالة  $g$ .

(2) \* بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل في  $\mathbb{R}$  حلين أحدهما معوم والآخر  $1.5 < \alpha < 1.6$

\* عين إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$

$$(ب) f \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{e^x - 1}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) برهن أن الدالة  $f$  مستمرة على  $\mathbb{R}$

(2) بين أن الدالة  $f$  تقبل الإشتقاق عند القيمة  $0$  ثم أكتب معادلة المماس (A) لـ (C) عند المبدأ  $O$

(3) (أ) برهن أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  وفسر النتيجة بيانيا ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

$$(ب) \text{ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \neq 0 : f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(e^x - 1)^2}$$

(ج) تحقق من أن :  $f(\alpha) = \alpha(2-\alpha)$  ثم أوجد حصرا لـ  $f(\alpha)$  وشكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(4) - احسب  $f(x) + x^2$  وأستنتج وضعية (C) بالنسبة إلى (Γ) الذي معادلته :  $y = -x^2$

- بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + x^2 = 0$  وفسر النتيجة بيانيا

(5) ارسم (A) و (Γ) ثم أنشئ المنحنى (C)

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $f(x) = f(m)$



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (5 ن)

$P(z)$  كثير الحدود في  $C$  معرف بـ  $P(z) = z^3 - (2\sin\theta + i\cos\theta)z^2 + (1 + i\sin 2\theta)z - i\cos\theta$  ،  $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$

(1) بين أن المعادلة  $P(z) = 0$  تقبل حلا تخيليا صرفا  $z_0$  يطلب تعيينه.

(2) عين العددين الحقيقيين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث  $P(z) = (z - i\cos\theta)(z^2 + \alpha z + \beta)$  ثم حل في  $C$

المعادلة  $P(z) = 0$  حيث  $z_1$  هو الحل الذي جزؤه التخيلي سالب و  $z_2$  الحل الثالث

(3) اكتب بدلالة  $\theta$  الشكل الأسّي للأعداد  $z_0$  ،  $z_1$  و  $z_2$  .

(ب) نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  من المستوي المنسوب الى معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  لواقتها على الترتيب:

$$z_C = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \text{ و } z_B = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \text{ ، } z_A = \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

(1) علم النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  ثم عين طبيعة المثلث  $ABC$  .

(2) برهن أن المبدأ  $O$  مرجع الجملة  $\{(A, 2), (B, 1), (C, -1)\}$

(3) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $\lambda$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $Z$

$$\text{حيث : } 2MA^2 + MB^2 - MC^2 = \lambda$$

التمرين الثاني: (4 ن)

لعبة تعتمد على رمي كرة داخل دلو من بين مجموعة اللاعبين لدينا

$$\frac{5}{6} \text{ لاعبين باليد اليمنى و } \frac{1}{6} \text{ لاعبين باليد اليسرى}$$

إحتمال وضع الكرة داخل الدلو بالنسبة للاعبين باليد اليمنى هو  $\frac{1}{4}$  و بالنسبة للاعب لليد اليسرى هو  $\frac{1}{2}$

(1) نختار لاعبا ونسمي الحادثين

$G$  "لاعب باليد اليسرى"

$S$  "اللاعب يضع الكرة داخل الدلو"

أ - أحسب إحتمال الحادث  $G \cap S$

ب - أحسب إحتمال الحادث  $S$

ج - أحسب إحتمال الحادث أن يكون اللاعب باليد اليمنى علما أنه وضع الكرة داخل الدلو

(2) في هذا السؤال نسمي عمر اللاعب باليد اليمنى أنه يرمي كرتين واحدة بعد الأخرى (بفرض الرمييتين مستقلتين)

ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رميتين بعدد الكرات داخل الدلو المكونة

(أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي  $X$  ثم عرف قانون إحتماله.

(ب) أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي  $X$



### التمرين الثالث: (4 ن)

لكل سؤال توجد إجابة واحدة فقط صحيحة حددها مع التعليل  
في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

(أ) لتكن  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M(x, y, z)$  من الفضاء والتي تحقق:  $(2x + y - z - 1)^2 + (x + y - z)^2 = 0$   
المجموعة  $(\Gamma)$  هي: (1) مستقيم (2) مستوي (3) سطح كرة

(ب)  $(D)$  و  $(D')$  مستقيمان معرفان وسيطيا بـ  $(D): \begin{cases} x=1 \\ y=1+2k, k \in \mathbb{R} \\ z=1+k \end{cases}$  و  $(D'): \begin{cases} x=3-2\lambda \\ y=7-4\lambda, \lambda \in \mathbb{R} \\ z=2-\lambda \end{cases}$

(1) متوازيان (2) متقاطعان (3) ليسا من نفس المستوي

(ج)  $(S)$  سطح كرة مركزها  $w(1, 1, 0)$  و نصف قطرها 2

تقاطع  $(S)$  مع  $(D)$  هو: (1) مجموعة خالية (2) نقطة (3) نقطتين

(د)  $A$  و  $B$  نقطتان متميزتان من الفضاء

مجموعة النقط  $M$  من الفضاء حيث  $MA^2 - MB^2 = 0$  هي: (1) مستقيم (2) مستوي (3) سطح كرة

### التمرين الرابع: (7 ن)

(أ)  $g(x) = -x + \ln(x+1)$  دالة عددية معرفة على المجال  $[0, +\infty[$  بـ:

(1) أدرس تغيرات الدالة  $g$ .

(2) استنتج إشارة  $g(x)$ . ثم بين أنه من أجل كل  $x \in ]0, +\infty[$  فإن  $0 < \ln(x+1)(x)$ .

(ب)  $f(x) = x + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$  دالة عددية معرفة على  $]-\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$  بـ: (أ) تمثيلها البياني في

مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) بين أن الدالة  $f$  فردية.

(2) احسب:  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) بين أنه من أجل كل  $x \in ]-\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$  فإن  $f'(x) = \frac{x^2-3}{x^2-1}$  ثم شكل جدول تغيرات على المجال  $]1, +\infty[$

(4) برهن أن المستقيم  $(D)$  الذي معادلته:  $y = x$  مقارب للمنحني  $(C)$  ثم أدرس وضعية  $(C)$  بالنسبة إلى المستقيم

(D) (لاحظ أن  $\frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$  ،  $x \in ]1, +\infty[$ )

(5) أرسم المستقيم  $(D)$  ثم أنشئ المنحني  $(C)$ .

(6) باستعمال الكاملة بالتجزئة بين أن:  $\int_2^4 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) dx = 5 \ln 5 - 6 \ln 3$

- استنتج مساحة الحيز المستوي المجدد بـ  $(C)$  و المستقيمتين:  $y = x$  ،  $x = 2$  ،  $x = 4$ .



(III)  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N} - \{0, 1\}$  كما يلي:  $u_n = f(n) - n$

(1) برهن أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة

(2) أحسب قيمة المجموع:  $S_n = u_2 + u_3 + \dots + u_n$  بدلالة  $n$ .

(3) برهن أنه من أجل كل  $n \in \mathbb{N} - \{0, 1\}$  وفإن  $0 < u_n < \frac{2}{n-1}$  ثم عين  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

بالتوفيق ...



الموضوع 01

التصحيح النموذجي للبكالوريا التجريبي دورة ماي 2018

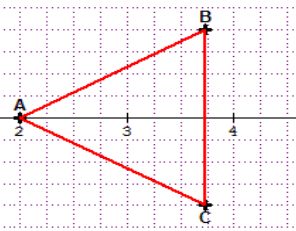
التنقيط

(الأعداد المركبة)

تصحيح التمرين الأول (05 نقاط)

1) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $(z-2)[z^2-2(2+\sqrt{3})z+8+4\sqrt{3}]$  : -----

لدينا :  $\begin{cases} z-2=0 \\ z^2-2(2+\sqrt{3})z+8+4\sqrt{3}=0 \end{cases}$  ، أي :  $\begin{cases} z=2 \\ z^2-2(2+\sqrt{3})z+8+4\sqrt{3}=0 \end{cases}$  ، أي :  $\Delta=4i^2$  ،  $\sqrt{\Delta}=2i$  ، ومنه :  $z_1=2$  ،  $z_2=2+\sqrt{3}+i$  ،  $z_3=2+\sqrt{3}-i$  .



2) أ) كتابة على الشكل الأسّي العدد  $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$  : -----

لدينا :  $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A} = \frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i} = 1+\sqrt{3}i = e^{i\frac{\pi}{3}}$  ، ولدينا :  $\left| \frac{z_B-z_A}{z_C-z_A} \right| = 1$  ،  $AB=AC$  ،  $\arg\left(\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$  ،  $(\overline{AC}; \overline{AB}) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$  ،  $\arg\left(\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$  ، المتثل  $ABC$  متقايس الأضلاع .

ب) برهان أن  $C$  هي صورة  $B$  بالدوران  $r$  : -----

لدينا :  $r: z' = e^{i\frac{\pi}{6}} z$  ،  $r(B) = C$  ،  $z_C = e^{i\frac{\pi}{6}} z_B$  ، أي :  $z_C = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)(2+\sqrt{3}+i)$  ، ومنه :  $z_C = 2+\sqrt{3}-i$  ، إذن  $C$  هي صورة  $B$  بالدوران  $r$  .

ج) إستنتاج عمدة للعدد  $z_B$  و تعيين القيمة المضبوطة لـ  $\cos\frac{\pi}{12}$  و  $\sin\frac{\pi}{12}$  : -----

لدينا :  $z_C = e^{i\frac{\pi}{6}} z_B$  ، أي :  $z_C = e^{i\frac{\pi}{6}} z_B$  ،  $(z_C = \overline{z_B})$  ،  $\overline{z_B} = e^{i\frac{\pi}{6}} z_B$  ، ومنه :  $\frac{\overline{z_B}}{z_B} = e^{i\frac{\pi}{6}}$  ، أي :  $-\theta - \theta = -\frac{\pi}{6}$  ،  $-2\theta = -\frac{\pi}{6}$  ، ومنه :  $\arg(z_B) = \frac{\pi}{12} + 2k\pi$  .

القيمة المضبوطة لـ  $\cos\frac{\pi}{12}$  و  $\sin\frac{\pi}{12}$  : لدينا  $z_B = (\sqrt{2} + \sqrt{6})\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$  ، نطابق الشكل الجبري مع الشكل المتثلثي نجد :  $\begin{cases} \cos\frac{\pi}{12} = \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}} \\ \sin\frac{\pi}{12} = \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{6}} = -\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4} \end{cases}$  .

3) أ) إثبات أن  $z'$  تساوي  $ke^{i\left(\frac{\pi}{6}-\theta\right)}$  : -----

لدينا :  $r(M) = M'$  معناه  $z_1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)z$  ، ولدينا :  $z' = \overline{z_1}$  ، ومنه :  $z' = ke^{i\left(\frac{\pi}{6}-\theta\right)}$  .

ب) تعيين قيمة  $\theta$  التي تحقق  $z' = z$  : -----

$z' = z$  معناه :  $\theta = \frac{\pi}{12} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}$  .

- مجموعة النقط  $M$  من المستوي التي تكون من أجلها  $z' = z$  هي مستقيم ما عدا النقطة  $O$  وزاوية ميله هي  $\frac{\pi}{12}$  .

تصحيح التمرين الثاني (04 نقاط)

التنقيط

(المتتاليات العددية)

(1) أ برهان بالتراجع أنه من أجل كل  $u_n \geq n : n \in \mathbb{N}$  نضع :  $P(n) : u_n \geq n$   
 المرحلة 1: من أجل  $n = 0$  لدينا  $u_0 = 0$  أي :  $u_0 \geq 0$  و منه  $P(0)$  محققة .  
 المرحلة 2: نفرض صحة  $P(n)$  و نبرهن صحة  $P(n+1)$  من أجل كل عدد طبيعي  $n$  . أي نفرض أن  $u_n \geq n$  صحيحة و نبين أن  $u_{n+1} \geq n+1$  .  
 - لدينا فرضاً أن :  $u_n \geq n$  ، أي :  $3u_n - 2n + 3 \geq n + 3$  ، و منه :  $u_{n+1} \geq n+1$  .  
 و أخيراً الخاصية  $P(n)$  محققة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  .

(2) إستنتاج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  :  
 لدينا :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$  ، و نعلم أن :  $u_n \geq n$  و منه :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  ، حسب النهايات بالمقارنة .

(3) بيان أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماماً :  
 من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ندرس إشارة الفرق :  $u_{n+1} - u_n$  :  
 لدينا :  $u_{n+1} - u_n = 3u_n - 2n + 3 - u_n = 2u_n - 2n + 3 = 2(u_n - n) + 3 > 0$  لأن :  $(u_n - n \geq 0)$  ،  
 و منه فإن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماماً على  $\mathbb{N}$  .

(ب1) بيان أن  $(v_n)$  متتالية هندسية :  
 لدينا :  $v_n = u_n - n + 1$  ، أي :  $v_{n+1} = u_{n+1} - (n+1) + 1 = 3u_n - 2n + 3 - n = 3(u_n - n + 1) = 3v_n$  ، أي :  $v_{n+1} = 3v_n$  .  
 إذن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $q = 3$  ، و حدها الأول :  $v_0 = 1$  .  
 التعبير عن  $u_n$  و  $v_n$  بدلالة  $n$  :  
 - عبارة  $v_n$  :  $v_n = v_0 \times q^n$  ، أي :  $v_n = 3^n$  .  
 - عبارة  $u_n$  :  $u_n = v_n + n - 1$  ، أي :  $u_n = 3^n + n - 1$  .

(2) حساب المجموع  $S_n$  :  
 أي :  $S_n = v_0^2 + (v_0^2 q^2) + \dots + v_0^2 (q^2)^{n-1}$  ، أي :  $S_n = v_0^2 [1 + (q^2) + (q^2)^2 + \dots + (q^2)^{n-1}]$  ، أي :  
 $S_n = [1 + (9) + (9)^2 + \dots + (9)^{n-1}]$  ، و منه :  $S_n = \frac{9^n - 1}{8}$  (متتالية هندسية أساسها 9 و حدها الأول 1)

(3) حساب قيمة المجموع  $K_n$  :  
 لدينا :  $v_n = u_n - n + 1$  ، أي :  $v_n - 1 = u_n - n$  . و منه :  $K_n = (v_0 - 1)^2 + (v_1 - 1)^2 + \dots + (v_n - 1)^2$  ،  
 و منه :  $K_n = S_n + n - 3^n + 1$  . (بعد الحساب و التبسيط)

تصحيح التمرين الثالث (04 نقاط)

التنقيط

(الإحتمالات)

- أولاً نحسب عدد الإمكانيات :  $C_{12}^2 = 66$  .  
 (1) حساب إحتما الحوادث :  
 - إحتمال تكوين لجنة تضم 3 رجال :  $P(A) = \frac{C_8^3}{220} = \frac{56}{220}$  .  
 - إحتمال تكوين لجنة تضم رجلا و امرأتين :  $P(B) = \frac{C_8^1 \times C_4^2}{220} = \frac{8 \times 6}{220} = \frac{48}{220}$  .  
 - إحتمال تكوين لجنة تضم علي :  $P(A) = \frac{C_1^1 \times C_{11}^2}{220} = \frac{1 \times 55}{220} = \frac{55}{220}$  .  
 - إحتمال تكوين لجنة تضم إمّا علي و إمّا فاطمة :  $P(D) = \frac{(C_1^1 \times C_{10}^2) + (C_1^1 \times C_8^2)}{220} = \frac{45 + 28}{220} = \frac{73}{220}$  .

(2) أ) تعيين القيم الممكنة لـ  $X$  ، ثم تعيين قانون الإحتمال :

$X = \{0;1;2;3\}$  ، هي قيم المتغير العشوائي  $X$  .

- قانون الإحتمال :

$$P(X=2) = \frac{C_8^2 \times C_4^1}{C_{12}^3} = \frac{112}{220} , P(X=1) = \frac{C_8^1 \times C_4^2}{C_{12}^3} = \frac{48}{220} , P(X=0) = \frac{C_4^3}{C_{12}^3} = \frac{4}{220}$$

$$P(X=1) = \frac{C_8^3}{C_{12}^3} = \frac{56}{220}$$

(ب) حساب الإنحراف المعياري لـ  $X$  :

- نحسب أولاً الأمل الرياضي : بعد الحساب نجد :  $E(X) = 2$  .

ثانياً نحسب التباين : بعد الحساب نجد :  $V(X) = 0,54$  .

ثالثاً نحسب الإنحراف المعياري :  $\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{0,54} = 0,73$  .

التنقيط

(الدالة الأسية)

تصحيح التمرين الرابع (07نقاط)

**الجزء الأول:**

(1) دراسة إتجاه تغير الدالة  $g$  :  
الدالة  $g$  قابلة للإشتقاق على  $[0; +\infty[$  و دالتها المشتقة هي:

$$g'(x) = (1-x)e^x . \text{ و منه الإشارة من إشارة } (1-x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = -2$$

جدول التغيرات الدالة  $g$  :

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	0,7	-2

(3) تبيان أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين في  $\mathbb{R}$  :  
 $g(0) = 0$  ، و الدالة  $g$  مستمرة و متناقصة تماماً على  $[1,5; 1,6[$

و لدينا ،  $g(1,5) \times g(1,6) < 0$  و بالتالي حسب نظرية القيم

المتوسطة فإنه يوجد حلاً  $\alpha$  من  $[1,5; 1,6[$  حيث  $g(\alpha) = 0$  .

(4) إشارة  $g(x)$  :

$x$	$-\infty$	0	$\alpha$	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+	0

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{e^x - 1} ; x \neq 0 \\ 0 ; x = 0 \end{cases}$$

(1) بيان أن الدالة  $f$  مستمرة  $\mathbb{R}$  :

لدينا :  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 0$  ، و منه  $f$  مستمرة عند 0 ، إذن فهي مستمرة على  $\mathbb{R}$  .

(ب) بيان أن الدالة  $f$  تقبل الإشتقاق عند 0 :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 1 = f'(0) , \text{ و منه الدالة } f \text{ قابلة للإشتقاق عند } x_0 = 0 .$$

- معادلة المماس  $(\Delta) : y = x : (\Delta)$  .

(3) أ) :

- حساب :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) : \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  ، و منه (C) يقبل مستقيم مقارب أفقي  $(y = 0)$  .

حساب :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) : \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  .

(ب) بيان أنه من أجل كل  $x \neq 0$  :  $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(e^x - 1)^2}$  :

$$f'(x) = \frac{2x(e^x - 1) - x^2 e^x}{(e^x - 1)^2} = \frac{2xe^x - 2x - x^2 e^x}{(e^x - 1)^2} = \frac{x(2e^x - 2 - xe^x)}{(e^x - 1)^2} = \frac{x[(2-x)e^x - 2]}{(e^x - 1)^2} = \frac{x \cdot g(x)}{(e^x - 1)^2}$$



(ج)

التحقق أن  $f(\alpha) = \frac{\alpha^2}{e^\alpha - 1} : f(\alpha) = \alpha(2-\alpha)$  لدينا ،  $g(\alpha) = 0$  ، أي :  $(2-\alpha)e^\alpha - 2 = 0$  ، أي :

$$f(\alpha) = \frac{\alpha^2}{\frac{2}{2-\alpha} - 1} = \frac{\alpha^2}{\frac{2-2+\alpha}{2-\alpha}} = \frac{\alpha^2(2-\alpha)}{\alpha} = \alpha(2-\alpha) : \text{إذن ، } e^\alpha = \frac{2}{2-\alpha}$$

حصر  $f(\alpha) : 0,6 < f(\alpha) < 0,8$  .

(ب) إستنتاج إتجاه تغير الدالة  $f$  ، و تشكيل جدول تغيراتها :  
نلخص إشارة  $f'(x)$  في الجدول المقابل :

$x$	$-\infty$	$0$	$\alpha$	$+\infty$
$f'(x)$		+	0 +	0 -

$x$	$-\infty$	$0$	$\alpha$	$+\infty$
$f'(x)$		+	0 +	0 -
$f(x)$			0,7	0

- جدول التغيرات

(ج) حساب :  $f(x) + x^2$  ، واستنتاج وضعية (C) بالنسبة للمنحني

( $\Gamma$ ) الذي معادلته  $y = -x^2$  :

$$\text{لدينا : } f(x) + x^2 = \frac{x^2}{e^x - 1} + x^2 = \frac{x^2 + x^2 e^x - x^2}{e^x - 1} = \frac{x^2 e^x}{e^x - 1}$$

الوضعية : نلاحظ أن الإشارة من إشارة ( $e^x - 1$ ) .

و عليه نلخص الوضعية في الجدول التالي :

- بيان أن  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) + x^2 = 0$  و تفسر هندسيا :

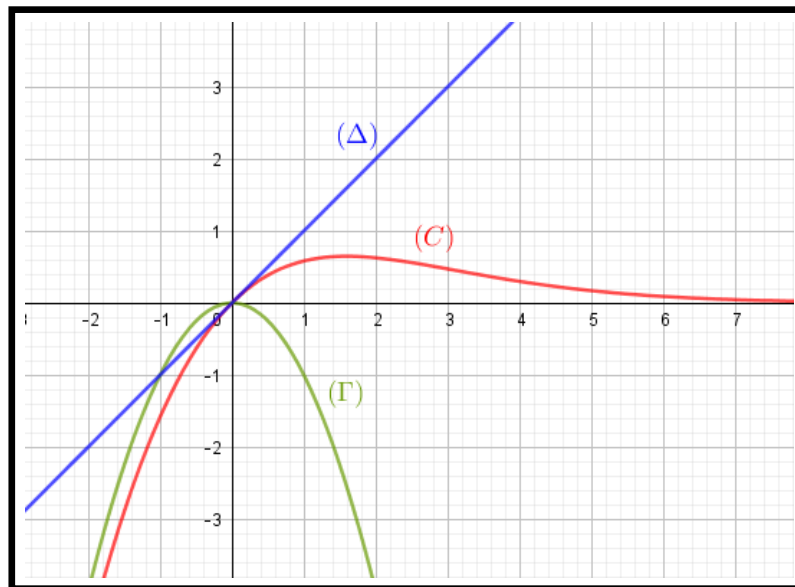
$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) + x^2 = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 e^x}{e^x - 1} = 0$$

التفسير الهندسي : المنحني (C) و ( $\Gamma$ ) متقاربان

عند  $-\infty$  .

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f(x) + x^2$		-	0 +
الوضعية		(C) يقع تحت ( $\Gamma$ )	(C) يقع فوق ( $\Gamma$ )

(5) رسم  $\Delta$  و ( $\Gamma$ ) ثم إنشاء (C) :





(6) المناقشة البيانية ، لعدد و إشارة حلول المعادلة  $f(x)=f(m)$  :-----

لدينا :  $f(x)=f(m)$  ، لنضع  $f(m)=M$  :

- لما  $M=f(\alpha)$  ، أي :  $m=\alpha$  ، و منه للمعادلة حل مضاعف هو  $x=\alpha$  .

- لما  $M \in ]0;f(\alpha)[$  ، أي :  $m \in ]0;\alpha[ \cup ]\alpha;+\infty[$  ، و منه للمعادلة حلان موجبان .

لما  $M=0$  ، أي :  $m=0$  ، و منه المعادلة تقبل حلا معدوما .

لما  $M \in ]-\infty;0[$  ، أي :  $m \in ]-\infty;0[$  ، و منه المعادلة تقبل حلا سالبا .

كتابة الاستاذ : بلقاسم عبدالرزاق